1) Par lecture, on obtient les volumes suivants (en mL) :

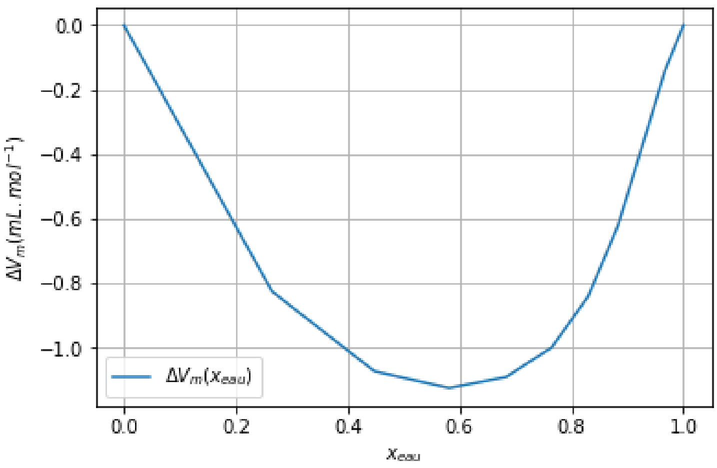
Veau	V_eth	V_tot	V_tot
0	100	100	100
10	90	98,27	98,27
20	80	97,34	97,34
30	70	96,78	96,78
40	60	96,46	96,46
50	50	96,37	96,37
60	40	96,62	96,62
70	30	97,27	97,27
80	20	98,26	98,26
90	10	99,27	99,27
100	0	100	100

On note donc bien une contraction du volume.

2) On obtient la quantité de matière n_{eau} avec $n_{eau} = \frac{\rho_{eau} V_{eau}}{M_{eau}}$ et n_{eth} avec $n_{eth} = \frac{\rho_{eth} V_{eth}}{M_{eth}}$

Veau	n_eau	V_eth	n_eth	n_tot	x_eau	V_m*	delta_V_m
0,00	0,00	100,00	1,72	1,72	0,00	58,30	0,00
10,00	0,56	90,00	1,54	2,10	0,26	47,64	0,82
20,00	1,11	80,00	1,37	2,48	0,45	40,27	1,07
30,00	1,67	70,00	1,20	2,87	0,58	34,88	1,12
40,00	2,22	60,00	1,03	3,25	0,68	30,76	1,09
50,00	2,78	50,00	0,86	3,64	0,76	27,51	1,00
60,00	3,33	40,00	0,69	4,02	0,83	24,88	0,84
70,00	3,89	30,00	0,51	4,40	0,88	22,71	0,62
80,00	4,44	20,00	0,34	4,79	0,93	20,89	0,36
90,00	5,00	10,00	0,17	5,17	0,97	19,34	0,14
100,00	5,56	0,00	0,00	5,56	1,00	18,00	0,00

On obtient alors :



3) Dans ces conditions :

$$d\Delta V_m = V_{m,eau}dx_{eau} + x_{eau}dV_{m,eau} + V_{m,eth}dx_{eth} + x_{eth}dV_{m,eth} - V^*_{m,eau}dx_{eau} - x_{eau}dV^*_{m,eau} - V^*_{m,eth}dx_{eth} - x_{eth}dV^*_{m,eth}$$

$$d\Delta V_m = dx_{eau}(V_{m,eau} - V^*_{m,eau}) + dx_{eth}(V_{m,eth} - V^*_{m,eth}) + x_{eau}(dV_{m,eau} - dV^*_{m,eau}) + x_{eth}(dV_{m,eth} - dV^*_{m,eth})$$

$$d\Delta V_m = dx_{eau}\left((V_{m,eau} - V^*_{m,eau}) - (V_{m,eth} - V^*_{m,eth})\right) + x_{eau}(dV_{m,eau} - dV^*_{m,eau}) + x_{eth}(dV_{m,eth} - dV^*_{m,eth}) \quad (1)$$

4) $d\Delta V_m = \left(\frac{\partial \Delta V_m}{\partial T}\right)_{P,x_{eau}} dT + \left(\frac{\partial \Delta V_m}{\partial P}\right)_{T,x_{eau}} dP + \left(\frac{\partial \Delta V_m}{\partial x_{eau}}\right)_{P,T} dx_{eau}$

5) Donc à T et P constant :

$$d\Delta V_m = \left(\frac{\partial \Delta V_m}{\partial x_{eau}}\right)_{P,T} dx_{eau}$$

Ainsi, par identification avec (1), on a alors :

$$d\Delta V_m = dx_{eau}\left((V_{m,eau} - V^*_{m,eau}) - (V_{m,eth} - V^*_{m,eth})\right)$$

Ce qui s'écrit :

$$\left(\frac{\partial \Delta V_m}{\partial x_{eau}}\right)_{T,P} = (V_{m,eau} - V^*_{m,eau}) - (V_{m,eth} - V^*_{m,eth})$$

6) L'équation de la tangente est :

$$y_M(x_{eau}) = Cte + x_{eau} \left.\frac{\partial \Delta V_m}{\partial x_{eau}}\right|_{T,P}(x_M)$$

$$y_M(x_{eau}) = Cte + x_{eau}\left((V_{m,eau}(M) - V^*_{m,eau}) - (V_{m,eth}(M) - V^*_{m,eth})\right)$$

En M :

$$V_m(M) - (x_M V^*_{m,eau} + (1 - x_M)V^*_{m,eth}) = Cte + x_M\left((V_{m,eau}(M) - V^*_{m,eau}) - (V_{m,eth}(M) - V^*_{m,eth})\right)$$

$$\left(\cancel{x_M V_{m,eau}(M)} + (1 - \cancel{x_M})V_{m,eth}(M)\right) - \left(\cancel{x_M V^*_{m,eau}} + (1 - \cancel{x_M})V^*_{m,eth}\right) = Cte + x_M\left((\cancel{V_{m,eau}(M)} - \cancel{V^*_{m,eau}}) - (\cancel{V_{m,eth}(M)} - \cancel{V^*_{m,eth}})\right)$$

D'où : $y_M(x_{eau}) = (V_{m,eth}(M) - V^*_{m,eth}) + x_{eau} \left.\frac{\partial \Delta V_m}{\partial x_{eau}}\right|_{T,P}(x_M)$

7) $\Delta V_m(T,P,x_{eau},x_{eth}) = x_{eau}V_{m,eau}(T,P,n_{eau},n_{eth}) + x_{eth}V_{m,eth}(T,P,n_{eau},n_{eth}) - \left(x_{eau}V^*_{m,eau}(T,P) + x_{eth}V^*_{m,eth}(T,P)\right)$

En A, $\Delta V_m(T,P,A) = (V_{m,eth} - V^*_{m,eth})$ et en B, $\Delta V_m(T,P,B) = V_{m,eau} - V^*_{m,eau}$

On voit donc qu'une lecture graphique permet d'accéder aux volumes molaires partiels des deux espèces

8) On peut proposer le code suivant :

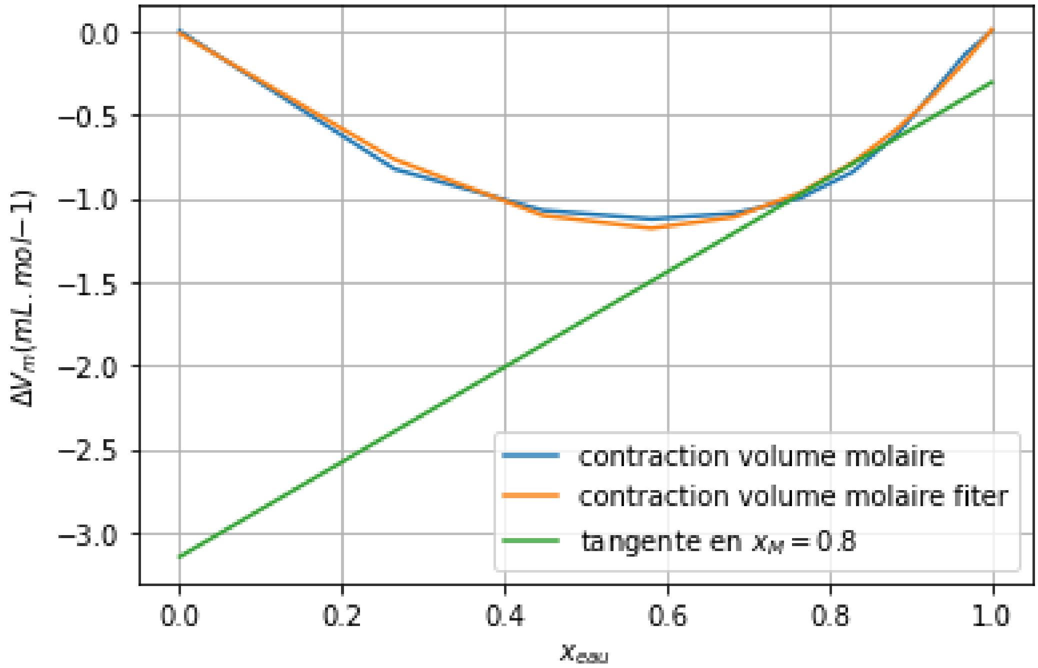
```
a,b,c,d=np.polyfit(x_eau,delta_Vm,3)
plt.plot(x_eau,delta_Vm,label="contraction volume molaire")
plt.plot(x_eau,a*x_eau**3+b*x_eau**2+c*x_eau+d,label="contraction volume molaire 
fiter")
```

9) La pente de la tangente en M est donc $2ax_M^2 + bx_M + c$ et on doit avoir aussi $y_M(x_M) = \Delta V_m(T,P,x_M) = ax_M^3 + bx_M^2 + cx_M + d$

Donc : $y_M(x_{eau}) = (2ax_M^2 + bx_M + c)(x_{eau} - x_M) + ax_M^3 + bx_M^2 + cx_M + d$

```
def tangente(a,b,c,d,xM,x_eau):
    return a*xM**3+b*xM**2+c*xM+d+(3*a*xM**2+2*b*xM+c)*(x_eau-xM)

plt.plot(x_eau,tangente(a,b,c,d,0.8,x_eau),label="tangente en $x_M=0.8$")
plt.legend()
plt.grid()
plt.xlabel("$x_{eau}$")
plt.ylabel("$\Delta V_m(mL.mol{-1})$")
plt.show()
```



10) On utilise la tangente précédente :

```
#on peut calculer yM(a,b,c,d,0.8,0) et yM(a,b,c,d,0.8,0) pour obtenir Vm_eau(M) et
Vm_eth(M)
print(M_eau/rho_eau+tangente(a,b,c,d,0.8,1))#17,7mL/mol
print(M_eth/rho_eth+tangente(a,b,c,d,0.8,0))#55,2mL/mol
```

11) Pour $x_{eau} = 0{,}8$, $V^*_{m,eau} = \frac{M_{eau}}{\rho_{eau}} = 18mL$ et $V^*_{m,eth} = \frac{M_{eth}}{\rho_{eth}} = 58mL$

Avec $\frac{V}{n_t} = 0{,}8V_{m,eau}(0{,}8) + 0{,}2V_{m,eth}(0{,}8)$, on trouve $n_t = \frac{100}{(0{,}8*17{,}7+0.2*55{,}2)}$ et donc n_{eau}et n_{eth}.

L'opérateur doit alors verser 57,1mL d'eau et 46,3mL d'éthanol