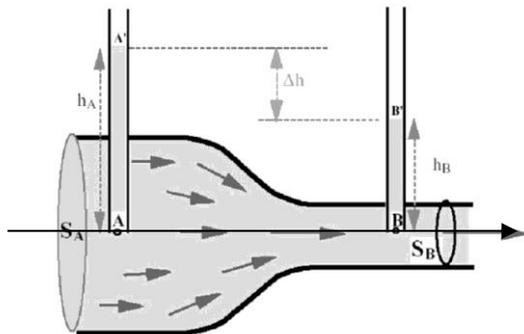


Écoulement conservatif de fluides parfaits et incompressibles

Exercice 1 : Débitmètre de venturi

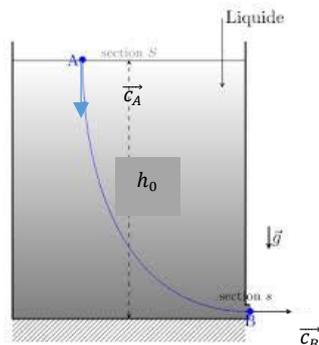
Un écoulement homogène, stationnaire d'un fluide supposé parfait et incompressible de masse volumique ρ_0 s'établit dans une conduite horizontale de section variable (S_A en amont et S_B en aval) et percée de deux cheminées latérales. On pourra considérer que les champs des vitesses et des pressions sont uniformes sur chaque section droite de la canalisation. On note g l'intensité du champ de pesanteur terrestre.



- 1) Justifier la conservation du débit volumique D_v le long de la conduite.
- 2) Ecrire l'équation traduisant la conservation du débit volumique D_v . On note c_A et c_B la vitesse de l'écoulement respectivement en A et B.
- 3) Ecrire la relation de Bernoulli sur la ligne de courant AB.
- 4) Montrer que ce dispositif constitue un débitmètre si l'on connaît les valeurs de $S_A, S_B, \Delta h$.

Exercice 2 : Vidange d'un réservoir

On considère un réservoir alimenté continument en eau (par un robinet non représenté ci-dessous) assurant ainsi un niveau d'eau constant. L'eau est assimilée à un fluide parfait, incompressible (de masse volumique ρ) et l'écoulement est stationnaire. On note P_0 la pression atmosphérique. On a également la section $S \gg s$. On note g l'intensité du champ de pesanteur terrestre.



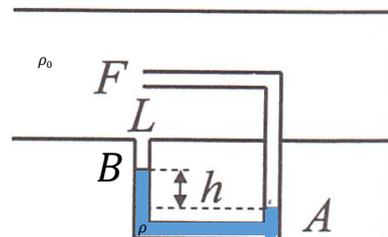
- 1) Justifier qu'il existe une relation entre S, s, c_B (vitesse de l'écoulement en B) et c_A (vitesse de l'écoulement A).
- 2) Appliquer Bernoulli sur la ligne de courant AB et proposer une écriture approchée de ce théorème.
- 3) Exprimer la vitesse c_B en fonction de h . Analyser votre résultat.

Exercice 3 : Tube de Pitot à prise frontale

Le tube de Pitot est utilisé comme instrument de vol pour la mesure de la vitesse des avions. Ce capteur est placé sur le fuselage. Dans cet exercice, nous nous placerons dans le référentiel lié à l'avion.



Cette sonde cylindrique baigne dans un écoulement d'air stationnaire. L'air est considéré comme étant un fluide parfait, de masse volumique ρ_0 uniforme et de vitesse \vec{v} parallèle à l'axe de la sonde.



La sonde est munie d'une prise frontale (entrée F, point d'arrêt de vitesse nul) et d'une prise latérale (entrée L) contenant du mercure de masse volumique $\rho \gg \rho_0$ (qui se stabilise avec une dénivellation h).

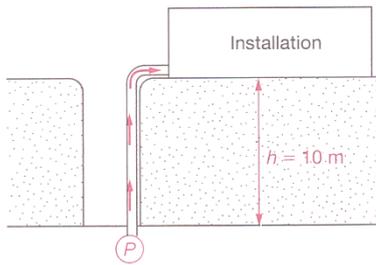
Montrer, en justifiant les éventuelles approximations, que la vitesse v de l'avion peut être déterminée en connaissant la valeur de h .

Écoulement non conservatif de fluides parfaits et incompressibles

Exercice 4 : problème de physique

Une pompe immergée à 10m sous terre doit permettre de remonter de l'eau stagnante dans une installation située à la surface. La pression du liquide au niveau du captage est voisine de la pression atmosphérique et on désire un débit volumique égale à $D_v = 7m^3.h^{-1}$ avec, dans l'installation, une pression supérieure à la pression

atmosphérique de 2,5 bar. Les sections des conduites sont identiques et on se place en régime stationnaire.

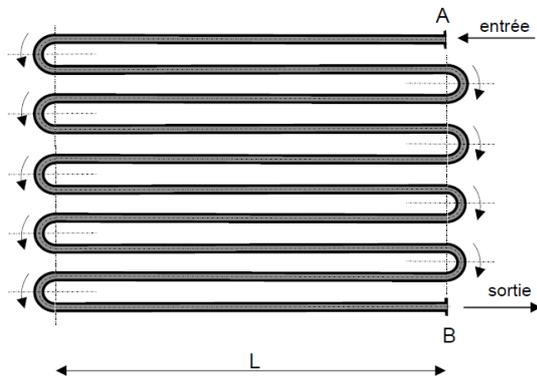


Donner une estimation grossière, visant à dégager un ordre de grandeur de la puissance indiquée minimale P_i de la pompe.

Écoulement non conservatif de fluides réels et incompressibles

Exercice 6 : Pertes de charges singulières et régulières

On considère un circuit hydraulique d'un plancher chauffant. L'eau chaude transite horizontalement dans ce circuit constitué de canalisations de section constante, de diamètre intérieur $d = 20\text{mm}$ et constitué de plusieurs tubes de longueur respective $L = 6\text{m}$.



On cherche à conditionner la pompe permettant d'assurer un débit volumique $D_v = 0,3\text{L/s}$ en régime stationnaire. On note c la vitesse débitante permettant d'écrire ce débit tel que $D_v = cS$. L'eau est supposée incompressible et de masse volumique ρ . On prend en compte le caractère visqueux de l'eau : sa viscosité est $\eta = 10^{-3}\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$.

La canalisation est réalisée dans un matériau inoxydable dont la taille caractéristique des imperfections est $\varepsilon = 1\text{mm}$. On détermine le coefficient de perte de charge de charge régulière f à l'aide du diagramme de Moody (cf. fin TD). Ce coefficient est aussi donné par $f = \frac{2|\Delta P|d}{\rho L c^2}$ où $|\Delta P|$ mesure la diminution de pression sur une longueur L . $|\Delta P|$ est aussi fonction du régime d'écoulement (laminaire

(lent) ou turbulent (rapide)) que l'on distingue avec le nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho c}{\eta} d$.

- 1) Estimer la perte de pression $|\Delta P|$, appelée de pertes de charges régulières, qui s'observe le long des tuyaux de longueur L .

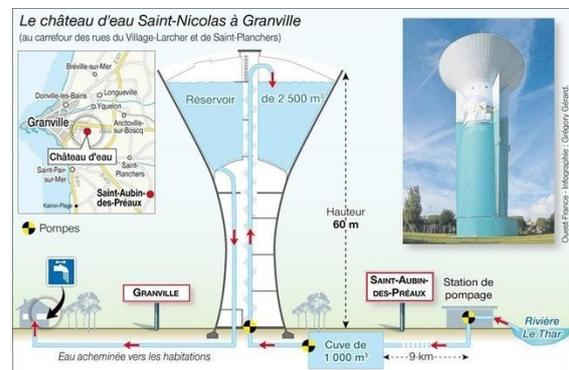
Chaque coude est responsable de pertes de charge singulière et la chute de pression suit la loi $\rho K \frac{c^2}{2}$ avec $K = 0,48$.

- 2) Calculer la chute de pression totale $|\Delta P|'$ liée à ces pertes de charges singulières.
- 3) Calculer le travail massique des forces de frottement sur toute la canalisation.
- 4) Quelle est puissance doit fournir un compresseur pour compenser ces pertes ? Commenter.

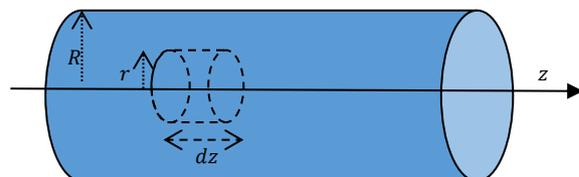
Exercice 7 : Pertes de charge

Un château d'eau permet :

- De stocker de l'eau en cas de besoins immédiats (pour les pompiers par exemple)
- D'assurer un débit suffisant jusqu'aux habitations malgré la viscosité de l'eau.



Nous allons étudier le phénomène de perte de charge régulière qui se produit dans la conduite horizontale reliant un château d'eau aux habitations.



L'écoulement considéré est stationnaire (et donc nécessairement laminaire) et l'eau est assimilée à un fluide incompressible de viscosité η . La conduite est un cylindre horizontal de rayon R .

On décrit l'écoulement en réperage cylindrique. On suppose que le champ des vitesses présente une invariance par rotation autour de l'axe z , ainsi :

$$\vec{v} = v_z(r, z)\vec{u}_z$$

- 1) Justifier que le champ des vitesses soit indépendant de z .
- 2) Dessiner quelques lignes de champ, puis justifier qu'une particule de fluide soit animée d'un mouvement rectiligne uniforme.

Dans la suite, nous allons étudier une particule de fluide de géométrie cylindrique et centrée sur l'axe z (rayon r , longueur dz). Le mouvement rectiligne et uniforme de cette particule de fluide est assuré par la compensation de deux types de forces :

- Les forces pressantes (motrices)
- Les forces de viscosité (résistantes)

On néglige l'effet du poids, ce qui permet de considérer que le champ des pressions P ne dépend que de z .

- 3) Donner l'expression du bilan des forces pressantes $d\vec{F}_p$ s'exerçant sur la particule de fluide de volume $\pi r^2 dz$.

On donne l'expression de la force tangentielle $d\vec{F}_\eta$ de viscosité s'exerçant sur un élément de surface dS :

$$d\vec{F}_\eta = \eta \frac{dv_z}{dr} dS \vec{u}_z$$

- 4) Donner l'expression de la force de viscosité $d\vec{F}_\eta$ s'exerçant sur la paroi latérale de la particule de fluide.
- 5) En déduire alors que $\frac{dP(z)}{dz} = \frac{2\eta}{r} \frac{dv(r)}{dr}$
- 6) Justifier que $P(z)$ soit une fonction affine et décroissante.

On note $\Delta P < 0$ la chute de pression sur une longueur L de canalisation.

- 7) Montrer alors que $v(r) = \frac{|\Delta P|}{4\eta L} (R^2 - r^2)$
- 8) Exprimer le débit volumique D_v à travers la canalisation et montrer alors que $|\Delta P| = R_h D_v$.
On exprimera R_h en fonction des données du problème.

On considère un château d'eau permettant d'assurer un débit $D_v = 100 L \cdot s^{-1}$ pour alimenter des habitations. La pression au niveau de ces habitations est de l'ordre de 1,5bar.

- 9) Estimer la résistance hydraulique de la canalisation principale.

Exercice 8 : Problème de physique

Pour un même gradient de pression donné, par quel tuyau horizontal doit-on remplacer un tuyau de rayon R pour obtenir un débit volumique 10 fois plus important d'un fluide incompressible ?

Exercice 9 : Association de résistances hydrauliques

On considère un écoulement stationnaire d'un fluide réel incompressible vérifiant la loi de Poiseuille de perte de pression $\Delta P = R_h D_v$ où D_v est le débit volumique et R_h la résistance hydraulique.

- 1) Démontrer la loi d'association série de deux résistances hydrauliques. Représenter une portion de circuit hydraulique qui rend compte de deux résistances hydrauliques différentes en séries
- 2) Démontrer la loi d'association parallèle de deux résistances hydrauliques. Représenter une portion de circuit hydraulique qui rend compte de deux résistances hydrauliques différentes en parallèles.

Activité 10 : rendement d'une pompe (8733-1760462)

