

Viscosité d'un fluide

Activité 1 : Nombre de Reynolds

- 1) Estimer le nombre de Reynolds Re associé à un écoulement autour d'une voiture qui se déplace à la vitesse $v = 100 \text{ km/h}$. Qualifier cet écoulement. On donne la viscosité de l'air $\eta_{\text{air}} = 18 \times 10^{-6} \text{ Pl}$.
- 2) On s'intéresse à un tuyau d'eau de diamètre $d = 12 \text{ mm}$. Justifier le fait que pour un débit volumique $D_{v1} = 0,2 \text{ L/min}$, l'écoulement est laminaire et que pour un débit $D_{v2} = 10 \text{ L/min}$, l'écoulement est turbulent. On donne la viscosité de l'eau $\eta_{\text{eau}} = 10^{-3} \text{ Pl}$

Activité 2 : Ecoulement de Poiseuille plan

Un liquide, assimilé à un fluide visqueux (de viscosité η), newtonien et incompressible (de masse volumique ρ) s'écoule entre deux plans parallèles éloignés de δ suivant l'axe Oz . On étudie l'écoulement en régime stationnaire et on admet que le champ des vitesses est de la forme :

$$\vec{v} = v(z)\vec{u}_x$$

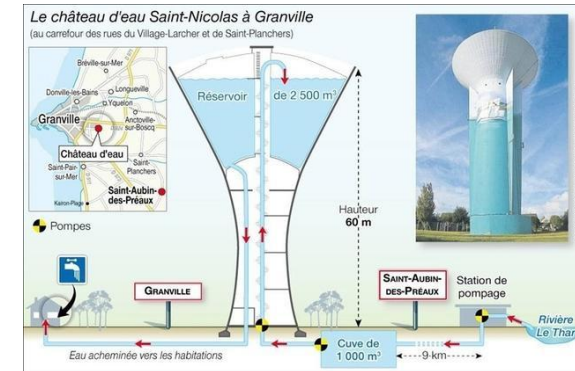
Où $\vec{u}_x$ est parallèle au plan et orienté dans le sens de l'écoulement. On négligera l'effet de la pesanteur devant celui des forces de pression.

Déterminer l'expression de $v(z)$.

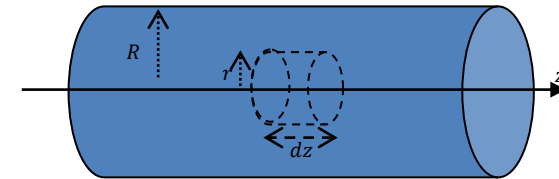
Activité 3 : Ecoulement Couette cylindrique

Un château d'eau permet :

- De stocker de l'eau en cas de besoins immédiats (pour les pompiers par exemple)
- D'assurer un débit suffisant jusqu'aux habitations malgré la viscosité de l'eau.



Nous allons étudier le phénomène de perte de charge régulière qui se produit dans la conduite horizontale reliant un château d'eau aux habitations.



L'écoulement considéré est stationnaire (nécessairement laminaire) et l'eau est assimilée à un fluide incompressible de viscosité η . La conduite est un cylindre horizontal de rayon R .

On décrit l'écoulement en repérage cylindrique. On suppose que le champ des vitesses présente une invariance par rotation autour de l'axe z , ainsi :

$$\vec{v} = v_z(r, z)\vec{u}_z$$

- 1) Justifier que le champ des vitesses soit indépendant de z .
- 2) Dessiner quelques lignes de champ, puis justifier qu'une particule de fluide soit animée d'un mouvement rectiligne uniforme.

Dans la suite, nous allons étudier une particule de fluide de géométrie cylindrique et centrée sur l'axe z (rayon r , longueur dz). Le mouvement rectiligne et uniforme de cette particule de fluide est assuré par la compensation de deux types de forces :

- Les forces pressantes (motrices)
- Les forces de viscosité (résistantes)

Mécanique des fluides

On néglige l'effet du poids, ce qui permet de considérer que le champ des pressions P ne dépend que de z .

- Donner l'expression du bilan des forces pressantes $d\vec{F}_p$ s'exerçant sur la particule de fluide de volume $\pi r^2 dz$.

On donne l'expression de la force tangentielle $d\vec{F}_\eta$ de viscosité s'exerçant sur un élément de surface dS : $d\vec{F}_\eta = \eta \frac{dv_z}{dr} dS \vec{u}_z$

- Donner l'expression de la force de viscosité $d\vec{F}_\eta$ s'exerçant sur la paroi latérale de la particule de fluide.

- En déduire alors que $\frac{dP(z)}{dz} = \frac{2\eta}{r} \frac{dv(r)}{dr}$

Les phénomènes visqueux impliquent que $\frac{dP(z)}{dz} < 0$.

On note $\Delta P < 0$ la chute de pression sur une longueur L de canalisation.

- Montrer alors que $v(r) = \frac{|\Delta P|}{4\eta L} (R^2 - r^2)$

- Exprimer le débit volumique D_v à travers la canalisation et montrer alors que $|\Delta P| = R_h D_v$. On exprimera R_h en fonction des données du problème.

On considère un château d'eau permettant d'assurer un débit $D_v = 100 L \cdot s^{-1}$ pour alimenter des habitations. La pression au niveau de ces habitations est de l'ordre de 1,5bar.

- Estimer la résistance hydraulique de la canalisation principale.

Activité 4 : Problème de physique

Pour un même gradient de pression donné, par quel tuyau horizontal doit-on remplacer un tuyau de rayon R pour obtenir un débit volumique 10 fois plus important d'un fluide incompressible ?

Activité 5 : Association de résistances hydrauliques

On considère un écoulement stationnaire d'un fluide réel incompressible vérifiant la loi de Poiseuille de perte de pression $\Delta P = R_h D_v$ où D_v est le débit volumique et R_h la résistance hydraulique.

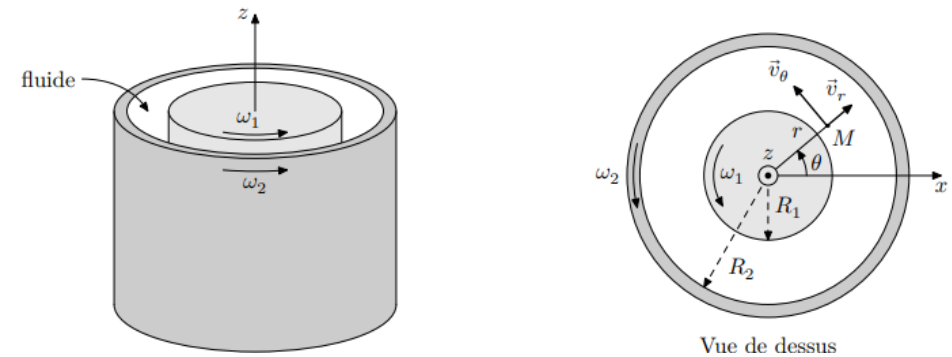
Activités du chapitre 7

TSI 2

- Démontrer la loi d'association série de deux résistances hydrauliques. Représenter une portion de circuit hydraulique qui rend compte de deux résistances hydrauliques différentes en série
- Démontrer la loi d'association parallèle de deux résistances hydrauliques. Représenter une portion de circuit hydraulique qui rend compte de deux résistances hydrauliques différentes en parallèles.

Activité 6 : viscosimètre de Couette

On considère un écoulement imposé par la rotation de deux cylindres de rayon respectif R_1 et R_2 et de vitesse angulaire respective ω_1 et ω_2 et de hauteur L .



En repérage cylindrique, l'écoulement est décrit par le champ des vitesses suivant :

$$\vec{v} = \left(Ar + \frac{B}{r} \right) \vec{u}_\theta$$

- Déterminer les constante A et B en écrivant la continuité des vitesses du fluide et des cylindres en R_1 et R_2

En pratique on a $\omega_1 = 0$ et $R_2 - R_1 \ll R_2$ ce qui permet d'assimiler localement l'espace entre les deux cylindres à l'espace entre deux plans.

- Donner l'expression du champ des vitesses.
- Par analogie avec la force surfacique de viscosité vue en cours, montrer que l'expression de la force élémentaire $d\vec{F}$ de cisaillement s'exerçant sur une surface dS du cylindre intérieur s'écrit :

$$d\vec{F} = 2\eta \frac{R_2^2 \omega_2}{R_2^2 - R_1^2} dS \vec{u}_\theta$$

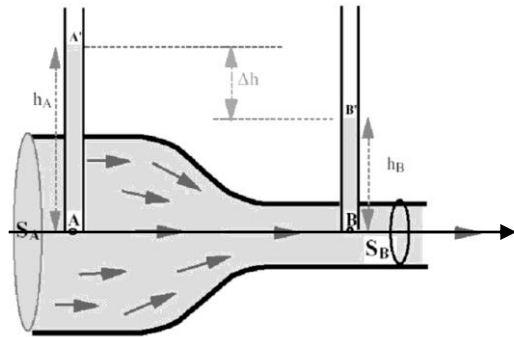
- Calculer le moment élémentaire $dM = d\vec{M} \cdot \vec{u}_z$ de cette force $d\vec{F}$

- 5) En déduire l'expression du moment total $M = 4\pi\eta L \frac{\omega_2 R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}$
- 6) Quel moment doit-on appliquer sur le cylindre intérieur afin d'avoir $\omega_1 = 0$?
- 7) Comment mesurer η ?

Ecoulement conservatif et stationnaire de fluides parfaits et incompressibles

Activité 7 : Débitmètre de venturi

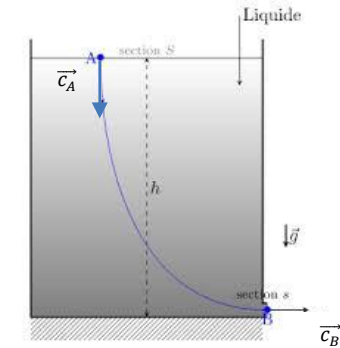
Un écoulement stationnaire d'un fluide supposé parfait et incompressible de masse volumique ρ_0 s'établit de manière homogène dans une conduite horizontale de section variable (S_A en amont et S_B en aval) et percée de deux cheminées latérales. On pourra considérer que les champs des vitesses et des pressions sont uniformes sur chaque section droite de la canalisation. On note g l'intensité du champ de pesanteur terrestre.



- 1) Justifier la conservation du débit volumique D_v le long de la conduite.
- 2) Ecrire l'équation traduisant la conservation du débit volumique D_v . On note c_A et c_B la vitesse de l'écoulement respectivement en A et B.
- 3) Ecrire la relation de Bernoulli sur la ligne de courant AB.
- 4) Montrer que ce dispositif constitue un débitmètre si l'on connaît les valeurs de $S_A, S_B, g, \Delta h$.

Activité 8 : Vidange d'un réservoir en régime stationnaire

On considère un réservoir alimenté continuellement en eau (par un robinet non représenté ici) assurant ainsi un niveau h d'eau constant. L'eau est assimilée à un fluide parfait, incompressible (de masse volumique ρ) et l'écoulement est stationnaire. On note P_0 la pression atmosphérique. On a également la section $S \gg s$. On note g l'intensité du champ de pesanteur terrestre.



- 1) Justifier qu'il existe une relation entre S, s, c_B (vitesse de l'écoulement en B) et c_A (vitesse de l'écoulement en A).
- 2) Appliquer Bernoulli sur la ligne de courant AB et proposer une écriture approchée de ce théorème.
- 3) Exprimer la vitesse c_B en fonction de h . Analyser votre résultat.

Activité 9 : vidange hors régime stationnaire

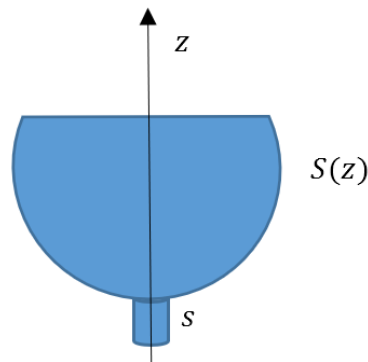
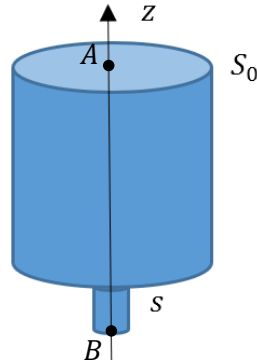
Un récipient, à symétrie de révolution autour de l'axe Oz , de section horizontale S , se vidange à travers un orifice O de très faible section s percé au fond. L'intensité de champ de pesanteur est $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. Le fluide est supposé parfait et incompressible. On va supposer la situation quasi-stationnaire c'est-à-dire quasi-équivalente à la situation précédente.

- 1) Discuter de l'hypothèse quasi-stationnaire et pouvons-nous encore écrire que $c_A S = c_B s$?
- 2) Exprimer l'équation différentielle vérifiée par la variation de l'altitude $\frac{dz}{dt}$ du niveau de l'eau.
- 3) On suppose que $S = S_0$ est une constante et qu'une hauteur $h = 20 \text{ cm}$ d'eau est initialement présente. Déterminer la valeur du rapport $\frac{s}{S}$ assurant une vidange complète du réservoir en 10 s.

On suppose maintenant que $S(z) = S_0 \left(\frac{z}{z_0}\right)^n$

où S_0 et z_0 sont des constantes

- 4) Déterminer la valeur de n qui permet d'avoir une hauteur de liquide $z(t)$ qui varie linéairement avec le temps.

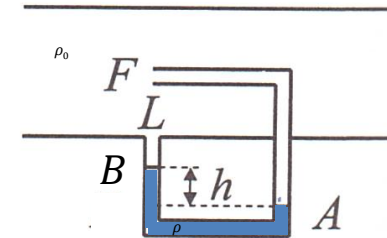


Activité 10 : Tube de Pitot à prise frontale

Le tube de Pitot est utilisé comme instrument de vol pour la mesure de la vitesse des avions. Ce capteur est placé sur le fuselage. Dans cet exercice, nous nous placerons dans le référentiel lié à l'avion.



Cette sonde cylindrique baigne dans un écoulement d'air stationnaire. L'air est considéré comme étant un fluide parfait, de masse volumique ρ_0 uniforme et de vitesse $\vec{v}$ parallèle à l'axe de la sonde.



La sonde est munie d'une prise frontale (entrée F, point d'arrêt de vitesse nul) et d'une prise latérale (entrée L) contenant du mercure de masse volumique $\rho \gg \rho_0$ (qui se stabilise avec une dénivellation h).

Montrer, en justifiant les éventuelles approximations, que la vitesse v de l'avion peut être déterminée en connaissant la valeur de h .

Activité 11 : Ecoulement incompressible d'un fluide compressible

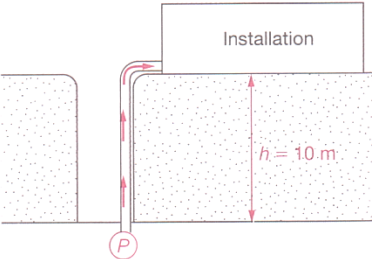
Un gaz parfait et non visqueux subit une détente dans une tuyère horizontale (on néglige les effets de pesanteur) ; l'écoulement est stationnaire.

- 1) Appliquer la relation de Bernoulli entre deux points infiniment proches et en déduire une relation entre les différentielles de la pression P et de la vitesse c .
- 2) L'écoulement est également isentropique (coefficient isentropique γ), ce qui permet d'utiliser les lois de Laplace. En déduire une expression entre les différentielles de pression P et de masse volumique ρ de la forme $dP = c_0^2 d\rho$ où $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$
- 3) Trouver l'unité de c_0 et estimer cette grandeur. Que représente cette quantité ?
- 4) En déduire alors que la norme du vecteur densité de flux de masse vérifie : $\frac{dj}{dc} = \rho \left(1 - \frac{c^2}{c_0^2}\right)$ où $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$
- 5) Quelle est la condition pour négliger la compressibilité d'un fluide compressible ?

Ecoulement non conservatif de fluides parfaits et incompressibles

Activité 12 : problème de physique

Une pompe immergée à 10m sous terre doit permettre de remonter de l'eau stagnante dans une installation située à la surface. La pression du liquide au niveau du captage est voisine de la pression atmosphérique et on désire un débit volumique égale à $D_v = 7m^3.h^{-1}$ avec, dans l'installation, une pression supérieure à la pression atmosphérique de 2,5 bar. Les sections des conduites sont identiques et on se place en régime stationnaire.



Donner une estimation grossière, visant à dégager un ordre de grandeur de la puissance indiquée minimale P_i de la pompe.

Activité 13 : Plafond d'un hélicoptère

On se propose dans cet exercice d'expliquer l'altitude limite, appelée plafond, que peut atteindre un hélicoptère. On va étudier l'hélicoptère Ecureuil AS350 B3 dont on donne quelques caractéristiques approchées :

	Puissance mécanique totale du moteur : $P_i \approx 100kW$
	Masse totale de l'appareil avec équipage : $m \approx 1000kg$
	Surface balayée par le rotor constitué de 3 pales : $S \approx 100m^2$

Les pales du rotor sont inclinées pour entrainer un écoulement d'air vers le bas. Nous supposons un vol stationnaire de l'hélicoptère qui conservera donc une altitude constante pendant tout le problème. Nous allons effectuer les hypothèses simplificatrices suivantes :

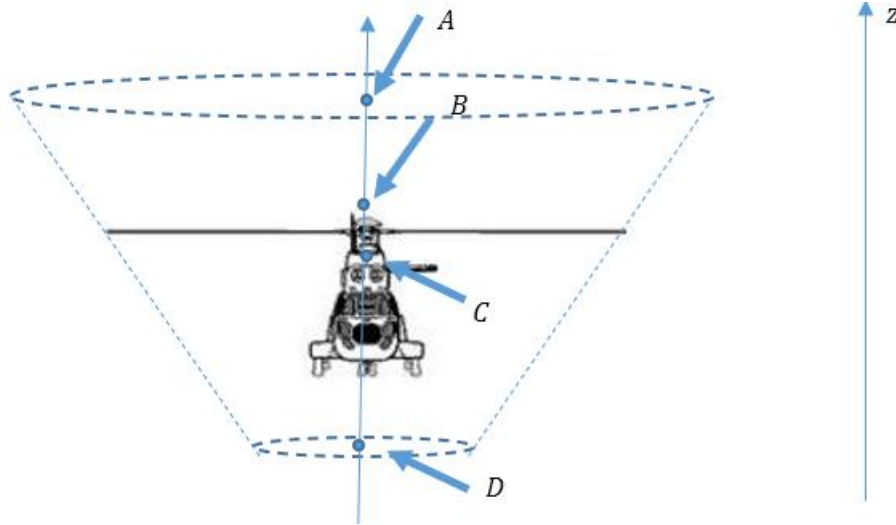
Hypothèses sur l'atmosphère :

- L'atmosphère est assimilée à un gaz parfait.

- L'atmosphère est supposée isotherme à 300K. On note $P_{atm}(z)$ la pression atmosphérique à la cote z mesurée par rapport au sol.

Hypothèses sur l'écoulement :

- L'hélicoptère impose, par ses 3 pales, un écoulement contenu dans un tube champ tronconique représenté en pointillé ci-dessous :



Les dimensions du tube de champ étudié permettent de négliger les variations d'énergie potentielle de pesanteur. On pourra également supposer que $P_A = P_D \approx P_{atm}(z)$ où z correspond à l'altitude du l'hélicoptère.

- L'écoulement est supposé parfait (on ne prend pas en compte la viscosité du fluide et on suppose le champ des vitesses uniforme et axial sur chaque section droite du tube de champ),
- L'écoulement est supposé stationnaire.
- L'écoulement est supposé incompressible (on note $\rho(z)$ la masse volumique de l'air à la cote z en la considérant quasi-uniforme dans le tube de champ tronconique).

- 1) Soient v_B et v_C les vitesses de l'écoulement respectivement en B et C par rapport à l'appareil. Justifier que $v_B \approx v_C$.

Dans la suite on note $v \approx v_B \approx v_C$ la vitesse moyenne au niveau des pales. On note S la surface balayée par le rotor en voisinage de points B ou C . On suppose également l'existence d'une ligne de courant verticale reliant les points A, B, C et D

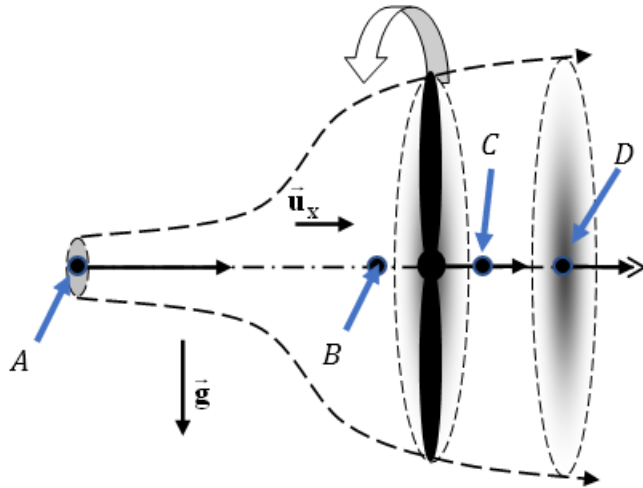
- 2) Soient v_A et v_D les vitesses de l'écoulement respectivement en A et D par rapport à l'appareil. Appliquer la relation de Bernoulli le long de la ligne de courant entre A et D et en déduire l'expression de la puissance P_i fournie par l'hélicoptère à l'air.
- 3) On note $S F_{h/a} = \frac{P_i}{v}$ la norme de la force exercée par les pales de l'hélicoptère sur l'air en écoulement. Montrer que $F_{h/a} = \frac{\rho S}{2} (v_D^2 - v_A^2)$
- 4) En considérant encore le tube de champ représenté sur la figure ci-contre, effectuer un bilan de quantité de mouvement à la manière du bilan énergétique mené sur un système fermé dans l'hypothèse d'un régime stationnaire. En déduire alors que $F_{h/a} = \rho v S (v_D - v_A)$
- 5) Montrer alors que la vitesse v de l'écoulement au niveau de l'hélice est la moyenne des vitesses v_A et v_D .
- 6) On suppose la lévitation de l'hélicoptère assurée à une altitude z . Dans cette situation, on peut alors supposer que $v_D \gg v_A$, montrer alors que $v = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{2mg}{\rho S}} \right)$.
- 7) Montrer alors que l'expression de la puissance P_i fournie à l'air pour assurer la lévitation de l'appareil est donnée par $P_i \approx \frac{(Mg)^{3/2}}{\sqrt{2\rho S}}$.
- 8) Rappeler la loi $\rho(z)$ vérifiée par l'atmosphère. On note $\rho_0 = 1 \text{ kg.m}^{-3}$ la masse volumique au niveau du sol.
- 9) En déduire alors l'altitude maximale pouvant être atteinte par l'hélicoptère.

Activité 14: Rendement d'une éolienne

On se propose dans cet exercice de mesurer le rendement d'une éolienne.

Nous allons effectuer les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement est supposé parfait
- L'écoulement est supposé stationnaire
- La vitesse de l'écoulement permet de le considérer comme incompressible.
- L'éolienne impose, par son hélice, un écoulement contenu dans un tube champ tronconique représenté ci-dessous en pointillé :



La pression atmosphérique peut-être, au voisinage non immédiat de l'éolienne, considérée comme uniforme et notée P_0 . La continuité du champ des pression impose des pressions en A et en D telles que $P_A = P_D = P_0$.

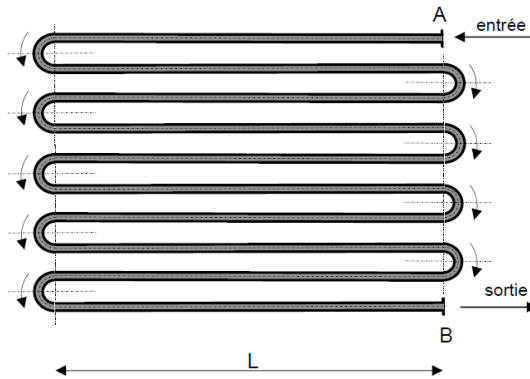
- Les dimensions du tube de champ étudié permettent de négliger les variations d'énergie potentielle de pesanteur.
- On notera v la vitesse supposée uniforme et axiale au niveau de l'hélice et on note S la surface balayée par l'hélice.

- 1) Exprimer le débit volumique D_v dans le tube de courant en fonction de v et S .
- 2) Appliquer Bernoulli le long de la ligne de courant comprise entre A et D et exprimer la puissance P_i indiquée échangée avec le gaz.
- 3) En déduire l'expression de la norme de la force $F_{a/h} = -\frac{P_i}{v}$ qu'exerce l'air sur l'hélice en fonction de ρ, S, v_D et v_A .
- 4) En considérant encore le tube de champ représenté sur la figure ci-dessus, effectuer un bilan de quantité de mouvement à la manière d'un bilan énergétique dans l'hypothèse d'un régime stationnaire dans le référentiel lié à l'éolienne supposé Galiléen. En déduire alors que la force qu'exerce l'air sur l'hélice est aussi donnée par : $\vec{F}_{a/h} = -\rho v S (\vec{v}_D - \vec{v}_A)$.
- 5) Montrer alors que la vitesse v de l'écoulement au niveau de l'hélice est la moyenne des vitesses v_A et v_D .
- 6) En déduire alors que l'expression de la puissance P_i récupérée par l'éolienne est : $P_i = -\frac{\rho S}{4} (v_D + v_A)(v_D^2 - v_A^2)$
- 7) La vitesse v_A étant fixée, examiner l'influence de v_D afin d'obtenir la puissance P_i optimale et en déduire que P_i est maximal si $v_D = \frac{v_A}{3}$
- 8) En déduire alors le rendement maximal d'une éolienne.

Écoulement non conservatif de fluides réels et incompressibles

Exercice 14 : Pertes de charges singulières et régulières

On considère un circuit hydraulique d'un plancher chauffant. L'eau chaude transite horizontalement dans ce circuit constitué de canalisations de section constante, de diamètre intérieur $d = 20\text{mm}$ et constitué de plusieurs tubes de longueur respective $L = 6\text{m}$.



On cherche à conditionner la pompe permettant d'assurer un débit volumique $D_v = 0,3\text{L/s}$ en régime stationnaire. On note c la vitesse débitante permettant d'écrire ce débit tel que $D_v = cS$. L'eau est supposée incompressible et de masse volumique ρ . On prend en compte le caractère visqueux de l'eau : sa viscosité est $\eta = 10^{-3}\text{N.s.m}^{-2}$.

La canalisation est réalisée dans un matériau inoxydable dont la taille caractéristique des imperfections est $\varepsilon = 1\text{mm}$. On détermine le coefficient de perte de charge de charge régulière f à l'aide du diagramme de Moody (cf. fin TD). Ce coefficient est aussi donné par $f = \frac{2|\Delta P|d}{\rho L c^2}$ où $|\Delta P|$ mesure la diminution de pression sur une longueur L . $|\Delta P|$ est aussi fonction du régime d'écoulement (laminaire (lent) ou turbulent (rapide)) que l'on distingue avec le nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho c}{\eta}d$.

- 1) Estimer la perte de pression $|\Delta P|$, appelée de pertes de charges régulières, qui s'observe le long des tuyaux de longueur L .

Chaque coude est responsable de pertes de charge singulière et la chute de pression suit la loi $\rho K \frac{c^2}{2}$ avec $K = 0,48$.

- 2) Calculer la chute de pression totale $|\Delta P|'$ liée à ces pertes de charges singulières.
- 3) Calculer le travail massique des forces de frottement sur toute la canalisation.
- 4) Quelle est puissance doit fournir un compresseur pour compenser ces pertes ? Commenter.

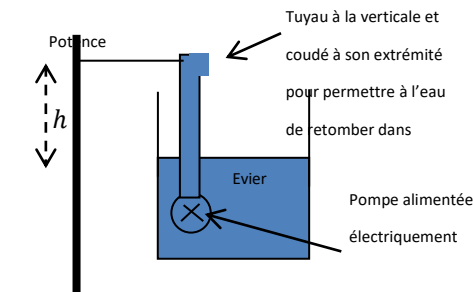
Activité 15 : rendement d'une pompe

On définit le rendement η d'une pompe dans un circuit hydraulique par le rapport suivant : $\eta = \frac{P_{hydraulique}}{P_{electrique}}$

Où :

- $P_{hydraulique}$ est la puissance fournie à l'eau qui circule dans le circuit hydraulique
- $P_{electrique}$ est la puissance électrique fournie à la pompe

Vous allez réaliser le circuit hydraulique suivant :



En prenant en compte les pertes de charges régulières, proposer puis réaliser un protocole permettant d'estimer le rendement η de la pompe que vous avez à disposition.

Rq :

On rappelle l'expression du travail massique associé aux pertes de charges régulières : $w_f = -\frac{Lfc^2}{2d}$ où L est la longueur de la canalisation de diamètre d siège d'un écoulement de vitesse moyenne c et avec f le coefficient de perte de charge que l'on détermine avec le diagramme de Moody.

On rappelle également l'expression du nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho cd}{\eta}$ où $\rho = 10^3 kg.m^{-3}$ et $\eta = 10^{-3} Pa.s$ sont respectivement la masse volumique et la viscosité de l'eau.

Pour les tuyaux à disposition les aspérités ont pour dimensions typiques : $\varepsilon = 0,0025mm$

Source intéressante :

<https://www.youtube.com/watch?v=fn7OoYrv3yM>

