

Activité 1 : description du champ des vitesses

Voici 4 écoulements :



Proposer une description « simple » du champ des vitesses dans ces 4 situations. On réfléchira donc à travailler dans un système de repérage adapté et on cherchera à évaluer les éventuelles invariances.

Activité 2 : Calcul de débits

On considère deux écoulements dans une conduite cylindrique de rayon R d'axe z :

- Écoulement 1 : $v_z = v_0$ avec vitesse v_0 constante
 - Écoulement 2 : $v_z = v_0(1 - \frac{r^2}{R^2})$ avec v_0 vitesse en $r = 0$
- 1) Calculer, pour chaque écoulement, le débit D_v volumique à travers une section droite de la canalisation
 - 2) En déduire la vitesse moyenne $v_{moy} = \frac{D_v}{\pi R^2}$ pour chaque écoulement.

Activité 3 : Problème de physique concernant l'écoulement incompressible d'air dans une conduite

On considère de l'air en écoulement stationnaire dans une conduite cylindrique de 50 cm de diamètre, à une pression de 1,5 bar et à une vitesse moyenne de 2 m.s⁻¹. On considère que la masse volumique φ de l'air est uniforme. Cet air, à la température de 300K, peut être assimilé à un gaz parfait.

- a) Combien d'installations comme celle-ci permettent de respecter les normes en vigueur dans une cantine scolaire servant 400 repas ?
- b) Calculer le débit massique de l'installation complète.

L'article 64-2 révisé du 20 janvier 1983 prescrit les débits d'air neuf minimaux à introduire en cuisine collective selon le nombre de repas servis simultanément :

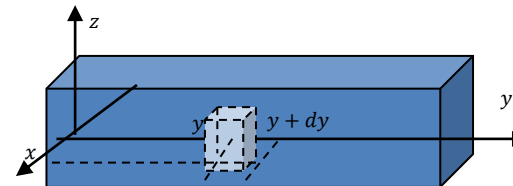
Office relais : 15 m³/h par repas.
 Moins de 150 repas : 25 m³/h par repas.
 Moins de 151 à 500 repas : 20 m³/h par repas avec un minimum de 3 750 m³/h.
 Moins de 501 à 1 500 repas : 15 m³ par repas avec un minimum de 10 000 m³/h.
 Moins plus de 1 500 repas : 10 m³/h par repas : 10 m³/h avec un minimum de 22 500 m³/h.

Activité 4 : Problème de physique

Dans une conduite de rayon R circule, de manière stationnaire, du pétrole avec un débit de 100L.s⁻¹. Le fluide passe ensuite dans une conduite de rayon r . Calculer le rapport $\frac{R}{r}$ augmentant la vitesse de l'écoulement d'un facteur 4.

Activité 5 : Bilan local de la masse

On considère un écoulement unidirectionnel, dans une canalisation de section rectangulaire. Cet écoulement est caractérisé par son vecteur densité de flux de masse $\vec{j} = j_y(x, y, z, t)\vec{u}_y$ en repérage cartésien. Dans la suite, nous allons étudier un élément de volume mésoscopique $dV = dx dy dz$



- 1) Exprimer, en utilisant le vecteur $\vec{j}$, la masse élémentaire $\delta m_e > 0$ qui rentre dans le volume mésoscopique dV à travers la surface $d\vec{S}_e = dS\vec{u}_y$ de côté y pendant l'intervalle de temps dt .

- 2) Exprimer, en utilisant $\vec{j}$, la masse élémentaire $\delta m_s < 0$ qui sort du volume mésoscopique dV à travers la surface $d\vec{S}_s = -dS\vec{u}_y$ de côté $y + dy$ pendant l'intervalle de temps dt .
- 3) Effectuer un bilan local de masse sur l'élément de volume dV dessiné ci-dessus et montrer que : $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial j_y}{\partial y}$.

On souhaite généraliser le résultat précédent pour une écoulement quelconque :

- 4) Que devient le bilan précédent si $\vec{j} = \begin{pmatrix} j_x(x, y, z, t) \\ j_y(x, y, z, t) \\ j_z(x, y, z, t) \end{pmatrix}$?

On définit l'opérateur divergent d'un champ de vecteur $\vec{a}$ par $div\vec{a}(M) = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$.

- 5) En déduire que $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -div\vec{j}$ (équation appelée équation locale de conservation de la masse).
- 6) Adapter l'écriture de la relation précédente dans le cas d'un écoulement stationnaire d'un fluide incompressible.

On donne le théorème d'Ostrogorski pour un champ de vecteur $\vec{a}$ (volume V délimité par une surface S fermée)

$$\oiint_S \vec{a} \cdot d\vec{S}_{ext} = \iiint_V div\vec{a} dV$$

- 7) Montrer alors que l'analyse locale qui vient d'être effectuée en régime stationnaire aboutit également à un débit volumique identique pour toute section droite de la canalisation.

Activité 6 : Ecoulement source

On appelle source, un tuyau filiforme (de section négligeable), rectiligne (confondu avec l'axe Oz des coordonnées cylindriques), supposé infini et alimenté en eau (de masse volumique ρ_0 constante). Ce tuyau percé est alors responsable d'un écoulement radial de la forme $v_r(r, \theta, z, t)$ en repérage cylindrique.

On suppose l'écoulement stationnaire, à symétrie cylindrique.

Montrer, en utilisant toutes les hypothèses, que $v_r(r) = \frac{K}{r}$ où K est une constante.

On donne l'expression de l'opérateur divergent en repérage cylindrique :

$$div\vec{a}(M) = \frac{1}{r} \frac{\partial r a_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

Activité 7 :

- 1) Prévoir si l'écoulement suivant décrit en cartésien est incompressible (v_o, a constantes)

$$\vec{v} = v_o \left(1 + \frac{x}{a}\right) \vec{u}_x$$

- 2) Prévoir si l'écoulement vortex suivant décrit en cylindrique est incompressible (k est une constante) :

$$\vec{v} = \frac{K}{r} \vec{u}_\theta$$

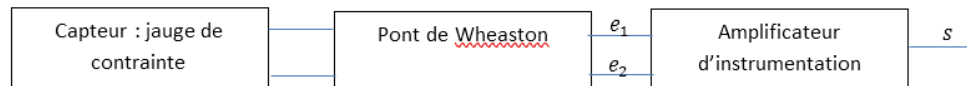
Activité 8 : Equation Bilan

Soit une classe de volume V contenant un nombre donné d'élèves, une porte de surface S_e par laquelle les élèves peuvent rentrer et une porte de surface S_s par laquelle les élèves peuvent sortir. Notons $n(M)$ la densité moyenne d'élèves et $\vec{v}(M)$ la vitesse des élèves autour d'un point M quelconque de la classe.

- 1) Etablir l'équation de conservation du nombre d'élèves sous forme intégrale puis sous forme locale.
- 2) Faire une analogie avec un bilan de masse.

Activité 9 : Débitmètre

On considère la chaîne suivante :



Vous avez à disposition :

- L'ensemble {capteur de déformation intégré dans un pont, un amplificateur d'instrumentation} fournissant une tension analogique s qui dépendant de la masse m posée sur son support,
- Une série de masses

Le capteur nécessite :

- Une alimentation $\pm 15V$ pour faire fonctionner un amplificateur intégré
- Une alimentation de 3V pour alimenter le pont
- Appel examinateur : Proposer puis réaliser un protocole permettant d'obtenir la caractéristique $s(m)$
- Appel examinateur : Utiliser le capteur précédent afin de déterminer le débit volumique du robinet à disposition.