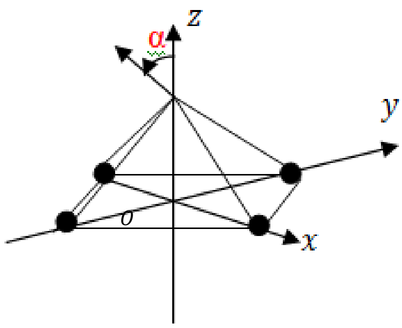
Potentiel électrostatique

Activité 1 : Du potentiel au champ électrique, du champ électrique au potentiel

A) On considère quatre charges identiques qui occupent les sommets d'un carré dans le plan (xOy) aux points de coordonnées $(\pm a, 0,0)$ et $(0, \pm a, 0)$.

1) Obtenir l'expression du champ électrique en un point M de l'axe Oz en utilisant la loi de Coulomb vue au chapitre précédent. Le champ électrostatique sera exprimé en fonction de la côte verticale z_M du point M, q, a et ε_0.
2) Retrouver l'expression du champ électrique après avoir calculé la potentiel électrique $V(M)$ puis en utilisant la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$.



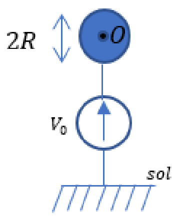
B) Expérience : cab5-1760489

Activité 2 : Pouvoir des pointes

On rappelle que le champ disruptif de l'air est l'intensité minimal du champ électrique permettant d'ioniser le gaz baignant dans ce champ (c'est donc le seuil d'apparition d'un arc électrique).

A) Champ au voisinage d'une petite sphère

On considère une sphère métallique de rayon R, de centre O et dont la surface est portée à un potentiel $V_0 = 1000V$. Cette sphère porte une charge Q uniformément distribuée en surface.

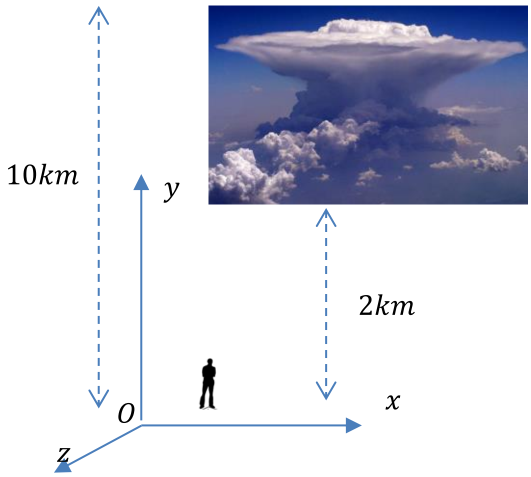


On admettra que le champ électrique E et le potentiel électrique V observés à l'extérieur (et à la surface) de cette sphère sont identiques à ceux produits par une charge ponctuelle rassemblant toute la charge Q au centre O (le potentiel est pris nul à l'infini). On donne le champ disruptif de l'air $E_{claq} \approx 10^3 kV.m^{-1}$.

Quelle est la valeur du rayon R à partir duquel l'ionisation de l'air situé à proximité immédiate de la sphère est possible ?

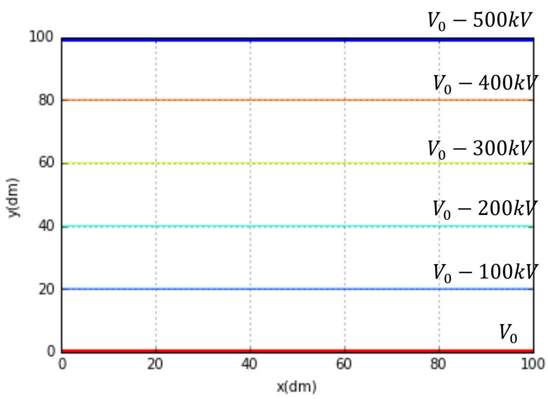
B) Equipotentielles au voisinage d'un obstacle

On considère une région de l'espace (étudiée dans le plan (xOy)) se situant sous un cumulonimbus (nuage orageux).



Dans cette région d'étude, l'air sera assimilé à un milieu neutre et encore dépourvu de tout courant électrique. On note V_0 le potentiel du sol. Des mesures effectuées par ballon sonde permettent d'apprécier le potentiel électrique $V(x,y)$ (on supposera une invariance par rapport à la variable z). On peut alors tracer quelques équipotentielles.

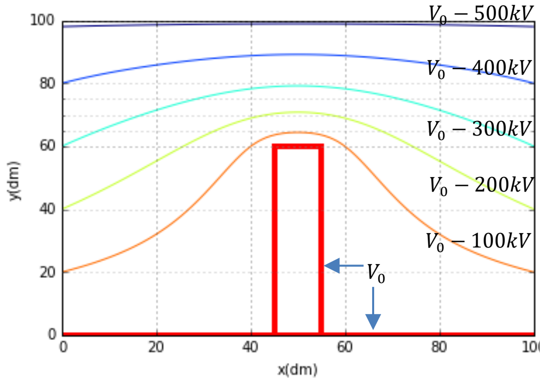
1e situation : La région est parfaitement plane et aucun obstacle n'est présent. On obtient le réseau d'équipotentielles suivant :



1) Représenter quelques lignes de champ électrique.

2) Montrer que le champ électrique $\vec{E}$ est uniforme dans cette région de l'espace et calculer sa valeur.

2[e] situation : on considère maintenant la présence d'un obstacle (arbre, bâtiment, paratonnerre…) dans les mêmes conditions orageuses que précédemment. Le sol et l'obstacle sont au même potentiel V_0 et les équipotentielles sont encore séparées de $\Delta V = 100kV$.



3) Représenter quelques lignes de champs électrique. Préciser alors si le champ électrique est uniforme ? Justifier en analysant le comportement des lignes de champ.
4) Estimer la valeur du champ électrique à proximité de l'obstacle et conclure.

Circulation et rotationnel

Activité 3 : Problème de physique

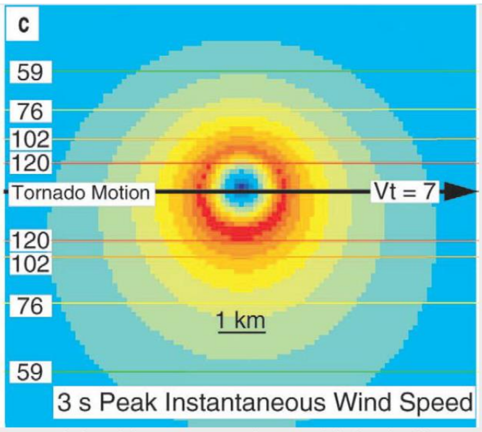
Soit un champ de vecteur $\vec{a}$ indépendant du temps tel que :

- Ses lignes de champ sont des droites parallèles
- A divergence nulle
- A rotationnel nul

Montrer que $\vec{a}$ est uniforme.

Activité 4 : Opérateur rotationnel

L'étude d'une tornade a permis d'obtenir les résultats suivants :



Ci-dessus : vue du dessus de la vitesse instantanée du vent en échelle de couleur (bleu : vitesse nulle, rouge : vitesse maximale). Les vitesses maximales en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ sont relevées à gauche le long de l'axe horizontal correspondant. L'échelle correspondant à 1 km est indiquée sur le graphique. Le déplacement global de la tornade se fait de la gauche vers la droite sur le schéma à la vitesse $V_t = 7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

1) Justifier que le champ des vitesses est du type $\vec{v} \approx v(r)\overrightarrow{u_\theta}$ en repérage cylindrique.
2) Il existe une valeur de $r = R$ telle que pour $r < R$ on a $\overrightarrow{rot}\vec{v} = 2\vec{\Omega}$ (Ω constante non nulle jusqu'à $r = R$) et pour $r \geq R$ on a $\overrightarrow{rot}\vec{v} = \vec{0}$. Estimer, en le justifiant, la valeur de R.
3) Pour $r \geq R$, il est possible d'associer une fonction scalaire ϕ telle que $\vec{v} = \overrightarrow{grad}\phi$. Exprimer ϕ.

Donnée :

$$\overrightarrow{rot}\vec{a}(M) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial a_z}{\partial \vartheta} - \dfrac{\partial a_\vartheta}{\partial z} \\ \dfrac{\partial a_r}{\partial z} - \dfrac{\partial a_z}{\partial r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial r a_\vartheta}{\partial r} - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial a_r}{\partial \vartheta} \end{pmatrix}$$