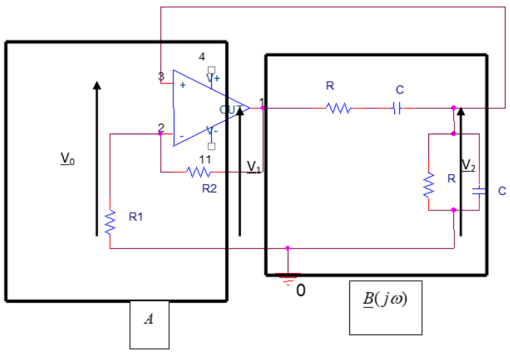
Oscillateur quasi-sinusoïdal

Exercice 1 : Oscillateur de Wien

On considère le montage ci-dessous. La chaîne directe (l'amplificateur) est constituée d'un circuit à A.L.I. et la chaîne de réaction par un pont de Wien (le filtre). Pour les calculs, nous supposerons que l'ensemble fonctionne en régime harmonique (utilisation de la notation complexe) et linéairement (pas de saturation avec un A.L.I supposé idéal).



A) Etude théorique

1. Donner l'expression de la fonction de transfert $A = \frac{\underline{V_1}}{\underline{V_0}}$ en fonction de R1 et R2

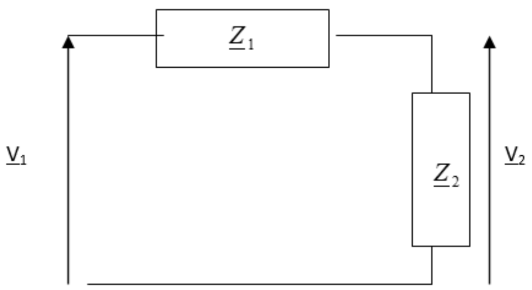
On applique un pont diviseur de tension :

$$v^+ = v_0 = v^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_1$$

Donc $A = \frac{R_1+R_2}{R_1}$

2. Montrer que l'expression de la fonction de transfert $\underline{B}(j\omega) = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{RjC\omega}{1+3RjC\omega+(RjC\omega)^2}$

On va poser :



Avec :

$$Z_1 = \frac{1 + RjC\omega}{jC\omega}$$

$$Z_2 = \frac{R}{1 + RjC\omega}$$

On applique alors un pont diviseur de tension :

$$\underline{B}(j\omega) = \frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}} = \frac{RjC\omega}{1 + 3RjC\omega + (RjC\omega)^2}$$

3. En déduire l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_0}}$

Il suffit de remarquer que :

$\underline{T}(j\omega) = \frac{R_1+R_2}{R_1} \frac{RjC\omega}{1+3RjC\omega+(RjC\omega)^2}$;

4. Rappeler la condition sur la fonction de transfert en boucle ouverte $\underline{T}(j\omega)$ pour que le système soit le siège d'oscillations à la pulsation ω_c.

Il faut $\underline{T}(j\omega_c) = 1$ où ω_c est la pulsation d'oscillation

5. A partir de la relation précédente, en déduire que $R_2 = 2R_1$ pour avoir oscillation et que la pulsation d'oscillation est donnée par : $\omega_c = \frac{1}{RC}$

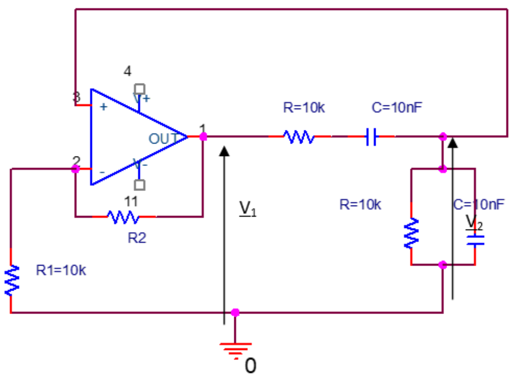
On a vu dans le cours que l'expression de la pulsation d'oscillation était donnée par : $Im\left(\underline{T}(j\omega_c)\right) = 0$ et que la condition sur les valeurs des composants pour avoir oscillation était donnée par : $Re\left(\underline{T}(j\omega_c)\right) = 1$

Il faut don écrire la fonction de transfert en séparant partie réelle et partie imaginaire

Ainsi, on obtient : $\omega_c = \frac{1}{RC}$ et $R_2 = 2R_1$

B) Etude pratique

Réaliser le montage suivant :



1. Fixer la condition $R_2 = 2R_1$. Observez-vous des oscillations à la sortie de l'AO et du filtre ? Pourquoi ?

Aucune oscillation observable, en effet dans cette configuration l'AO ne peut amplifier et amorcer les oscillations.

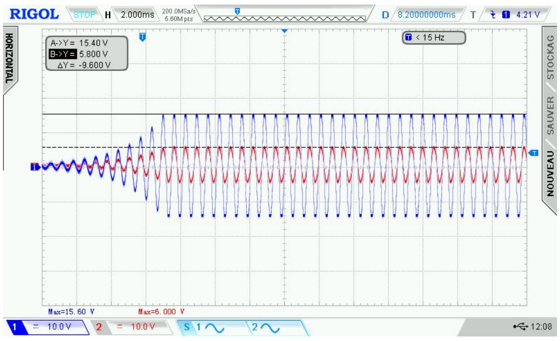
2. Trouver la valeur de $R2_{lim}$ qui permet le début des oscillations. Comparer cette valeur à la valeur théorique. Conclusion.

On doit fixer une valeur d'environ 21 kΩ pour observer des oscillations. En choisissant $\frac{R2}{R1} > 2$ on se place dans le cas où

$\underline{T}(j\omega_c) = \frac{R1+R2}{R1} * \frac{1}{3} = \frac{1+R2/R1}{1} * \frac{1}{3} > 1$ Dans cette configuration, le système est instable et amplifie le bruit conduisant alors à la saturation de l'AO.

3. Mesurer la fréquence de V_2 et l'amplification $\frac{V_{2m}}{V_{1m}}$ à cette valeur de $R2_{lim}$ et comparer à vos résultats théoriques.

On mesure une fréquence de l'ordre de 1590 Hz ce qui est tout à fait cohérent avec la théorie qui annonce une fréquence de 1591 Hz. On note également une amplification de l'ordre de 3 ce qui est tout à fait juste.



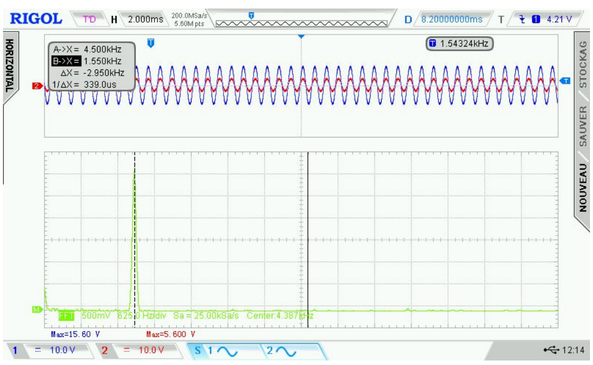
4. Augmenter la valeur de R2 de quelque kΩ. Qu'observez-vous pour V_1 et V_2. Pourquoi leurs distorsions (déformations) sont-elles différentes ?

Si la valeur de R2 reste raisonnable, on observe une tension V_2 qui reste « quasi sinusoïdale », en revanche V_1 est écrêtée de manière significative ! Le choix $\frac{R2}{R1} > 2$ conduit à la saturation de l'AO ce qui explique l'allure de V_2 en revanche après l'AO il y a un filtre qui va, en partie, éliminer les harmoniques apparues.

En revanche, si R2 est relativement supérieure à R1 alors le filtre ne peut totalement éliminer la distorsion et la tension V_2 sera elle aussi déformée.

5. On va étudier la pureté spectrale de la tension V_2 en analysant sa FFT donnée par l'oscilloscope numérique. Analyser les cas où R2 = 23 kΩ et R2 = 30 kΩ.

R2 =23kΩ

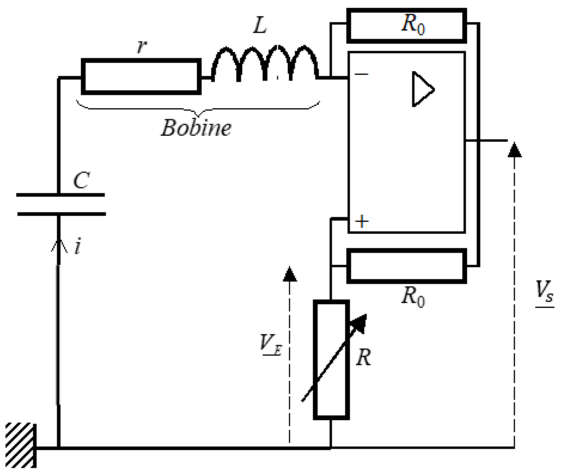


R2 =30kΩ

On retrouve l'idée générale développée précédemment : la distorsion augmente si l'on s'éloigne de la condition théorique d'oscillation.

Exercice 2 : Oscillateur à résistance négative

On peut réaliser un oscillateur à partir d'un circuit résonant série en compensant les pertes Joule de ce circuit à l'aide d'une « résistance négative ». On va considérer l'AO en régime linéaire au cours de son fonctionnement. L'AO est également supposé idéal.



1) Montrer que l'impédance d'entrée de l'amplificateur se comporte comme une résistance négative c'est-à-dire que $V_E = -Ri$.

En supposant le fonctionnement linéaire alors :

$$v_+ = v_-$$

Avec : $V_E = \frac{RV_s}{R_0+R}$ et $V_E - V_s = V_E\left(1 - \frac{R_0+R}{R}\right) = -V_E\frac{R_0}{R} = R_0 i$ soit $V_E = -Ri$

2) Avec une analyse temporelle, trouver la condition liant r et R pour que ce circuit soit susceptible de délivrer spontanément une tension sinusoïdale ? Quelle est alors la fréquence f_0 des oscillations délivrées par ce circuit ?

$$u_c + ri + L\frac{di}{dt} = Ri$$

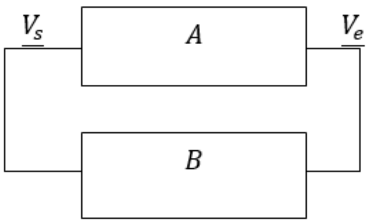
Soit :

$$u_c + (r-R)C\frac{du_c}{dt} + L\frac{d^2u_c}{dt^2} = 0$$

On obtient un système harmonique si $r = R$ et $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

3) Montrer que ce circuit peut être redessiné en faisant apparaître une chaîne directe active et une chaîne de réaction passive. Les éléments C, r et L peuvent être regroupés en une impédance complexe <u>Z</u>.

On peut effectivement retrouver une modélisation d'un système asservi



Avec $A = \frac{R}{R_0+R}$ et avec Millman $V_E = \frac{\frac{V_S}{R_0}}{\frac{1}{Z}+\frac{1}{R_0}}$ et donc $\frac{V_S}{V_E} = \frac{Z+R_0}{Z}$

4) Retrouver les résultats de la question 2 en utilisant la condition de Barkhausen.

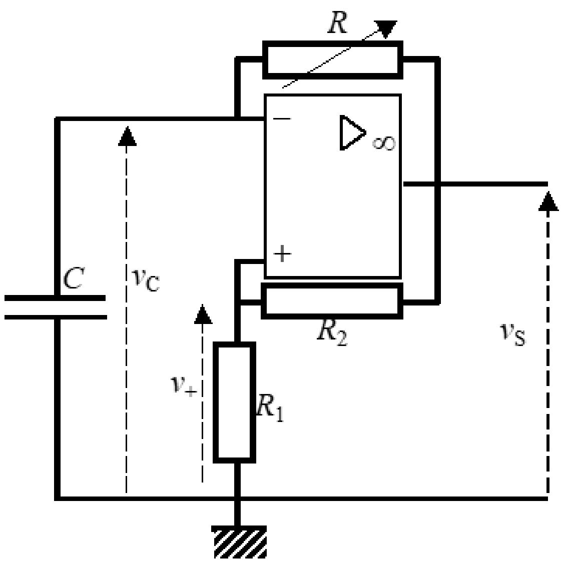
La fonction de transfert en boucle ouverte alors donnée par : $\frac{Z+R_0}{Z}\frac{R}{R_0+R}$ et sa partie imaginaire est bien nulle si $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ et si $\frac{r+R_0}{r}\frac{R}{R_0+R} = 1$ soit $(R_0+R)r = (r+R_0)R$ soit $r = R$

Oscillateur de relaxation

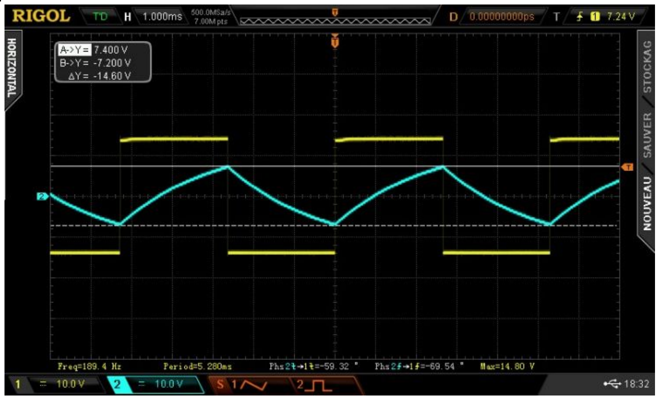
Exercice 3 : Oscillateur de relaxation

L'amplificateur opérationnel — supposé idéal — fonctionne ici en *régime non-linéaire*. Théorie et expérience montrent que le montage oscille après un court régime transitoire. On choisit expérimentalement :

- $R_1 = R_2 = 22k\Omega$
- $C = 0{,}22\mu F$
- $R \approx 10k\Omega$



On obtient l'oscillogramme suivant (en jaune $v_s(t)$ et en bleu $v_c(t)$)



1) Expliquer qualitativement le comportement de $v_c(t)$ et $v_s(t)$.
2) Obtenir l'expression de la période T d'oscillation.
3) Calculer T et comparer à la valeur expérimentale.

Supposons $v_s = v_{sat}$:

Avec un PDT, on a : $v_+ = \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat}$

$$u_c(t) + RC\frac{du_c(t)}{dt} = V_{sat}$$

Soit :

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{\tau} = \frac{V_{sat}}{\tau}$$

$$u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + V_{sat}$$

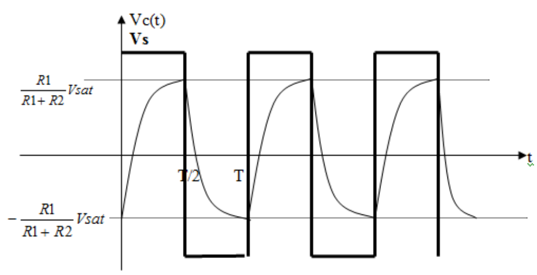
Avec la condition initiale :

$$u_c(t) = (V_C(0) - V_{sat})e^{-\frac{t}{\tau}} + V_{sat}$$

Ici $v_- = u_c(t)$ et le basculement se produit lorsque le condensateur dépasse v_+ c'est-à-dire si :

$$(V_C(0) - V_{sat})e^{-\frac{t}{\tau}} + V_{sat} > \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat}$$

Cette tension constitue donc la valeur de la tension au début d'une nouvelle charge donc $V_C(0) = -\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat}$.



Pendant une demi-période, on a : $u_c(t) = \left(-\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat} - V_{sat}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + V_{sat}$

Et donc : $u_c\left(\frac{T}{2}\right) = \left(-\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat} - V_{sat}\right)e^{-\frac{T}{2\tau}} + V_{sat} = \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat}$

Soit : $T = 2\tau\ln\left(\frac{2R_1+R_2}{R_2}\right)$

On peut donc fixer la péride avec R : ici $T \approx 5ms$