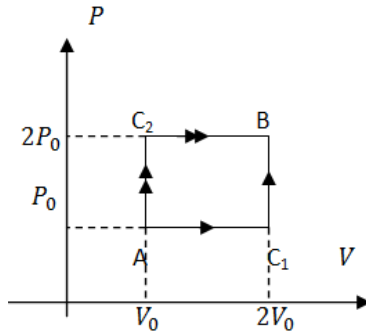


Exercice 1 : Grandeur différentielle totale exacte et inexacte

Un gaz parfait ($\gamma = \frac{C_p}{C_v}$) de n moles, subit deux transformations différentes d'un même état initial $A(P_0, V_0)$ vers un même état final $B(2P_0, 2V_0)$.



- La transformation AC_1B constituée d'une isobare AC_1 et d'une isochore C_1B
 - La transformation AC_2B constituée d'une isochore AC_2 et d'une isobare C_2B
- Toutes ces transformations sont supposées mécaniquement réversibles.
Remplir le tableau suivant et identifier les grandeurs dont les variations sont indépendantes du chemin suivi.

	Chemin AC_1B	Chemin AC_2B	Cycle complet AC_1BC_2B
Transfert thermique Q			
Travail W			
Energie interne $\Delta U = W + Q$			

Les hypothèses sont donc :

- gaz parfait (idéal) : énergie interne fonction uniquement de la température et les capacités calorifiques sont constantes ($dU = C_v dT = \frac{nR}{\gamma-1} dT$)
- la transformation est mécaniquement réversible, le travail des forces de pression extérieure est donc intégralement transmis au gaz. Donc pas de

frottement solide et le piston est déplacé de manière quasistatique assurant l'égalité des pressions $P = P_{ext}$ alors $\delta W = -PdV$

Transformation AC_1B	Transformation AC_2B
Le travail est donné par : $W_{AC_1B} = W_{AC_1} + W_{C_1B}$ $W_{C_1B} = 0$ car la transformation est isochore $W_{AC_1} = -P_0(2V_0 - V_0) = -P_0V_0$ car la transformation est isobare à la pression P_0 $W_{AC_1B} = -P_0V_0$	Le travail est donné par : $W_{AC_2B} = W_{AC_2} + W_{C_2B}$ $W_{AC_2} = 0$ car la transformation est isochore $W_{C_2B} = -2P_0(2V_0 - V_0) = -2P_0V_0$ car la transformation est isobare à la pression P_0 $W_{AC_2B} = -2P_0V_0$
Le transfert thermique nous est donné par l'application du premier principe : $Q_{AC_1B} = \Delta U_{AC_1B} - W_{AC_1B}$ Donc, ces grandeurs extensives vérifient : $Q_{AC_1} = \Delta H_{AC_1}$ $Q_{AC_1} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_{C_1} - T_A)$ En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits : $Q_{AC_1} = \frac{P_0\gamma}{\gamma-1}(2V_0 - V_0)$ $Q_{AC_1} = P_0V_0\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)$ Et : $Q_{C_1B} = \Delta U_{C_1B} - W_{C_1B}$ $Q_{C_1B} = \Delta U_{C_1B} = \frac{2V_0}{\gamma-1}(2P_0 - P_0)$ $Q_{C_1B} = \frac{2V_0P_0}{\gamma-1}$ $Q_{AC_1B} = \frac{2V_0P_0}{\gamma-1} + P_0V_0\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)$ $Q_{AC_1B} = \frac{V_0P_0}{\gamma-1}(2 + \gamma)$	Le transfert thermique nous est donné par l'application du premier principe : $Q_{AC_2B} = \Delta U_{AC_2B} - W_{AC_2B}$ Donc, ces grandeurs extensives vérifient : $Q_{AC_2} = \Delta U_{AC_2} - W_{AC_2}$ $Q_{AC_2} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_{C_2} - T_A)$ En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits : $Q_{AC_2} = \frac{V_0}{\gamma-1}(2P_0 - P_0)$ $Q_{AC_2} = \frac{P_0V_0}{\gamma-1}$ Et : $Q_{C_2B} = \Delta H_{C_2B}$ $Q_{C_2B} = \frac{2P_0\gamma}{\gamma-1}(2V_0 - V_0)$ $Q_{C_2B} = \frac{2V_0P_0}{\gamma-1}\gamma$ $Q_{AC_2B} = \frac{2V_0P_0}{\gamma-1}\gamma + \frac{P_0V_0}{\gamma-1}$ $Q_{AC_2B} = \frac{P_0V_0}{\gamma-1}(1 + 2\gamma)$

Thermodynamique

On peut calculer la variation d'énergie interne en suivant les deux chemins possibles :

$$\Delta U_{AC_1B} = Q_{AC_1B} + W_{AC_1B} = -P_0 V_0 + \frac{V_0 P_0}{\gamma - 1} (2 + \gamma) = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} (2 + \gamma - (\gamma - 1)) = 3 \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}$$

$$\Delta U_{AC_2B} = Q_{AC_2B} + W_{AC_2B} = -2P_0 V_0 + \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} (1 + 2\gamma) = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} (1 + 2\gamma - 2(\gamma - 1))$$

$$\Delta U_{AC_2B} = 3 \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}$$

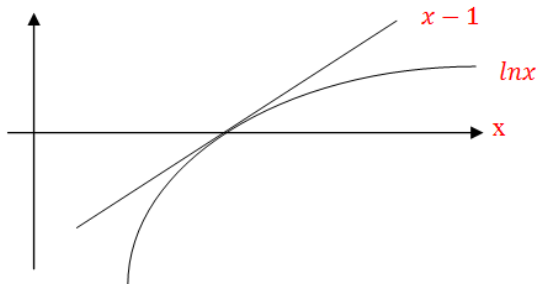
	Chemin AC ₁ B	Chemin AC ₂ B	Cycle complet AC ₁ BC ₂ B
Transfert thermique	$Q_{AC_1B} = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} (2 + \gamma)$	$Q_{AC_2B} = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} (1 + 2\gamma)$	$Q = -P_0 V_0$
Travail	$W_{AC_1B} = -P_0 V_0$	$W_{AC_2B} = -2P_0 V_0$	$W = P_0 V_0$
Energie interne	$\Delta U_{AC_1B} = 3 \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}$	$\Delta U_{AC_2B} = 3 \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}$	$\Delta U = 0$

On voit clairement que le transfert thermique et le travail sont associés à des formes différentielles. L'énergie interne est en revanche associée une grandeur différentielle exacte.

2nd principe

Activité 2 : Transformations irréversibles ?

Données : On représente ci-dessous les fonctions $x - 1$ et $\ln x$ en fonction de $x > 0$



Activités du chapitre 2

TSI 2

Remplir le tableau suivant en considérant n moles de gaz parfaits et des transformations mécaniquement réversibles.

	Chauffage isochore de T_i à $T_f > T_i$ et monotherme $T_{ext} = T_f$	Chauffage isobare $P = P_{ext}$ de T_i à $T_f > T_i$ et monotherme $T_{ext} = T_f$	Détente isotherme à la température T_0 d'un volume V_i à un volume V_f	Détente adiabatique de la température T_i et volume V_i à la température T_f et volume V_f
Travail	$W = 0$	$W = -P\Delta V$	$W = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$	$W = \Delta U$
Energie interne	$\Delta U = C_V \Delta T$	$\Delta U = C_V \Delta T$	$\Delta U = 0$	$\Delta U = C_V \Delta T$
Chaleur	$Q = C_V \Delta T$	$Q = C_P \Delta T$	$Q = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$	$Q = 0$
Entropie	$\Delta S = C_V \ln \frac{T_f}{T_i}$	$\Delta S = C_P \ln \frac{T_f}{T_i}$	$\Delta S = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$	$\Delta S = 0$
Entropie échangée	$S_e = \frac{C_V \Delta T}{T_F}$	$S_e = \frac{C_P \Delta T}{T_F}$	$S_e = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$	$S_e = 0$
Entropie créée	$S_C = C_V \ln \frac{T_F}{T_i} - \frac{C_V \Delta T}{T_F} > 0$	$S_C = C_P \ln \frac{T_F}{T_i} - \frac{C_P \Delta T}{T_F} > 0$	$S_C = 0$	$S_C = 0$

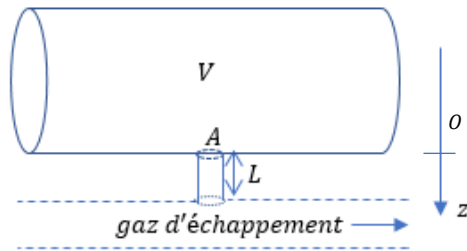
Applications

Activité 3 : Résonateur d'Helmholtz

Le résonateur d'Helmholtz est une cavité ouverte remplie d'air. Ce gaz oscille notablement au niveau de l'ouverture lorsqu'il est stimulé à une certaine fréquence : la fréquence de résonance. On fixe la géométrie de ces cavités pour régler la fréquence de résonance de l'onde acoustique. Ce procédé est utilisé dans certains tuyaux d'échappement.



On va modéliser le résonateur par un cylindre de volume $V \gg AL$ surmonté d'un autre cylindre de section A et de hauteur L .



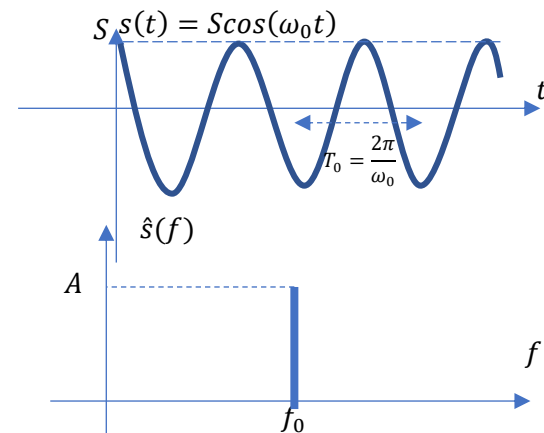
Le gaz contenu dans le cylindre de section A est affecté d'une masse m . Il peut être assimilé à un « bloc solide » de masse volumique ρ en oscillation. L'extrémité supérieure de ce « bloc solide » est repéré par sa cote verticale z . En l'absence d'oscillations, on fixe cette cote z à $z = 0$.

Le volume V contient un gaz supposé parfait, non visqueux et à la pression $P(z) = P_0 + p(z)$ où P_0 est la pression atmosphérique et $p(z)$ traduit les variations algébriques de pression liées aux oscillations (donc $p(z = 0) = 0$).

Les parois du récipient sont supposées calorifugées : les compressions et détentes de l'air dans V sont adiabatiques. Les oscillations sont suffisamment lentes pour être considérées comme mécaniquement réversibles.

- 1) Ecrire l'équation mécanique de la masse m en négligeant le poids et les effets visqueux.
- 2) Trouver l'expression de $p(z)$ en fonction de P_0, A, γ, V et z dans l'hypothèse d'oscillations de petites amplitudes (on rappelle que $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ si $\varepsilon \ll 1$).
- 3) En déduire l'expression de la fréquence f_0 des oscillations.
- 4) A l'aide d'une bouteille de vin, d'un microphone et d'un oscilloscope, vérifier la validité de la formule précédente en observant l'évolution temporelle du signal. On pourra faire les mesures V, A et L afin d'apprécier la valeur théorique.

L'oscilloscope permet l'analyse spectrale du signal acquis avec la fonction FFT (menu maths). Dans le cas d'un signal $s(t)$ sinusoïdal le lien entre représentation temporelle et spectrale est le suivant :



- 5) Obtenir le spectre du signal sonore. Interpréter.

Rq : La fréquence mesurée est au-dessus de celle attendue car la longueur L du bloc d'air en oscillation est sous estimée : une partie de l'air en dehors de l'enbouchure oscille aussi (il faut typiquement rajouter 1 cm à L).

- 6) Etudier le régime indicielle et proposer une méthode pour estimer la pulsation propre et le facteur de qualité de cet oscillateur qui est très faiblement amorti en réalité.

A un instant t , la relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\rho A L \ddot{z} = -P_0 A + P A = p(z) A$$

$$\ddot{z} = \frac{p(z)}{\rho L}$$

L'idée est donc de trouver la fonction $p(z)$.

Avec les lois de Laplace : $P V^\gamma = Cte$ donc : $P_0 V^\gamma = P(z)(V + Az)^\gamma =$

$$P(z) V^\gamma \left(1 + \frac{Az}{V}\right)^\gamma$$

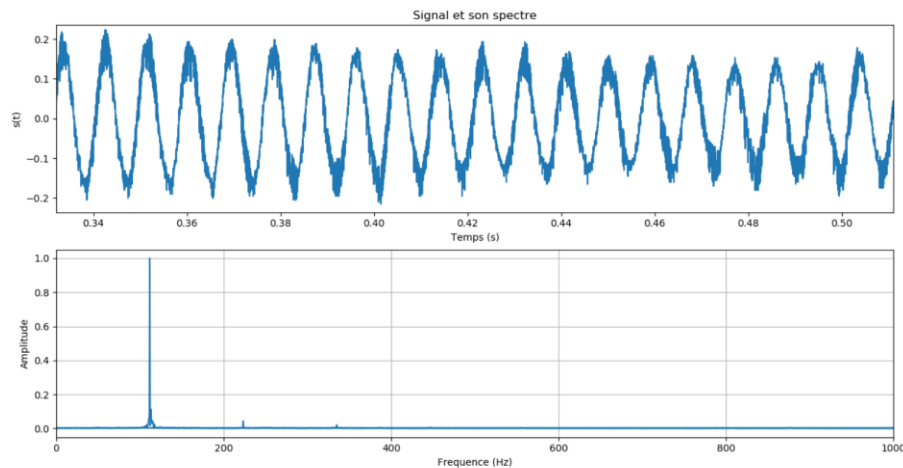
$$\text{Soit : } P(z) = P_0 \left(1 - \frac{\gamma Az}{V}\right)$$

$$\text{Et : } p(z) = -P_0 \frac{\gamma Az}{V}$$

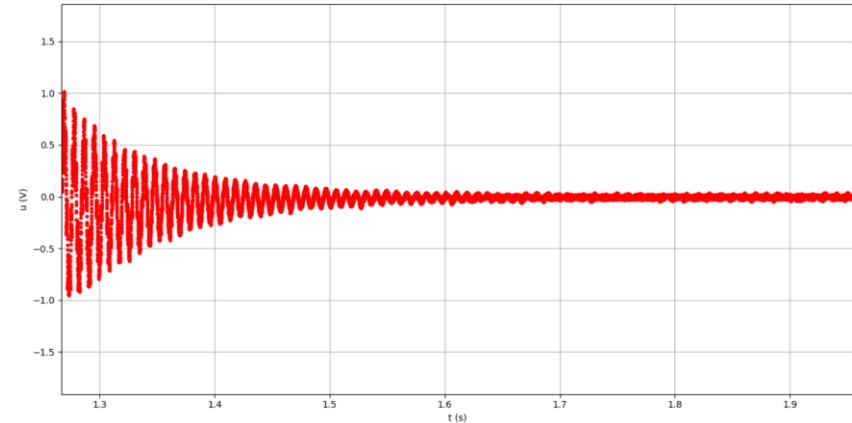
$$\text{Et donc : } \ddot{z} + P_0 \frac{\gamma Az}{\rho V L} = 0$$

$$\text{Soit } f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{P_0 A \gamma}{\rho V L}}$$

Ci-dessous une acquisition sur python avec une bouteille de vin on calcule $f_0 \approx 135\text{Hz}$ et on trouve une fréquence de 110Hz !



On peut estimer le temps de retour à 5% l'état de repos : on a $t_{5\%} = \frac{3}{M\omega_0}$ et donc le nombre d'oscillations est $N \approx \frac{t_{5\%}}{T_0} \approx \frac{3}{M\omega_0 T_0} \approx Q$



On a effectivement un bon facteur de qualité de l'ordre de $Q \approx 40$

Activité 4 : Rendement d'un système de chauffage (c64d-1760368)

Matériels :

- Bouilloire
- Puissancemètre (et sa documentation technique)
- Thermomètre
- Chronomètre
- balance

Donnée :

- Capacité calorifique massique de l'eau $c_{eau} \approx 4185 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Effectuer les mesures permettant d'estimer ce rendement ainsi que son incertitude avec la méthode de Monté Carlo.

!!!!!!! Reporter toute votre démarche et résultats dans un compte rendu à me rendre en vous inspirant du tableau ci-dessous !!!!!

Grille de compétences	/1	/2	/3	/4
<u>Analyser</u>				
Identifier les paramètres pertinents, faire un schéma légendé du				

montage retenu	
Proposer un protocole	
Réaliser	
Réaliser les mesures nécessaires	
Valider	
Extraire des informations des données expérimentales et les exploiter	
Communiquer	
Proposer un bilan, une conclusion	

On obtient les résultats suivants :

Température initiale : $T_i(^{\circ}C)$	Température finale : $T_f(^{\circ}C)$	Masse d'eau : $m(kg)$	Temps de chauffage $\Delta t(s)$	Puissance moyenne consommée (W)
$T_i(^{\circ}C)$ = 30,0 $^{\circ}C$	$T_f(^{\circ}C)$ = 48,5 $^{\circ}C$	1,67kg	$\Delta t = 67,0s$	$P = 2,25kW$

On a donc $Q = mc_{eau}(T_f - T_i) = 129kJ$ et $W_{elec} = P\Delta t = 151kJ$

On peut donc mesurer un rendement :

$$r = \frac{Q}{W_{elec}} = \frac{mc_{eau}(T_f - T_i)}{P\Delta t} = 86\%$$

Evaluation de l'incertitude avec la méthode de Monté Carlo

$T_f=48.5$

$u_{Tf}=1$

$T_i=30.0$

$u_{Ti}=0.5$

$m=1.67$

$u_m=0.01$

$t=67$

$u_t=0$

$P=2250$

$u_P=10$

$N=10**4$

$r=np.zeros((N))$

for i in range (N):

$Tf_new=np.random.normal(Tf,u_Tf)$

$Ti_new=np.random.normal(Ti,u_Ti)$

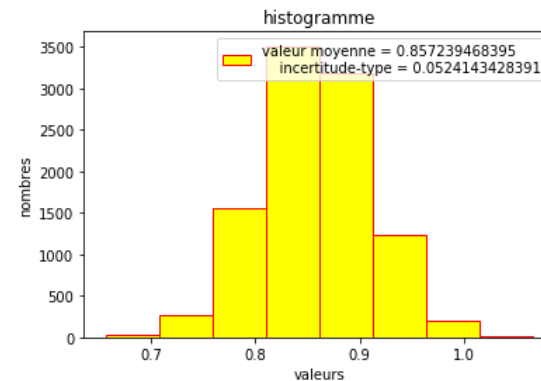
$m_new=np.random.normal(m,u_m)$

$P_new=np.random.normal(P,u_P)$

$r[i]=m_new*4185*(Tf_new-Ti_new)/(P*t)$

print(np.mean(r))

print(np.std(r))



Activité 5 : Détermination de l'enthalpie de vaporisation de l'eau (938f-6937084)

Proposer un protocole permettant d'estimer la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau à l'aide d'une bouilloire et d'une balance

Grille de compétences	/1	/2	/3	/4
Analyser				
Identifier les paramètres				

pertinents, faire un schéma légendé du montage retenu	
Proposer un protocole	
Réaliser	
Réaliser les mesures nécessaires	
Valider	
Extraire des informations des données expérimentales et les exploiter	
Communiquer	
Proposer un bilan, une conclusion	

En chauffant un demi litre d'eau jusqu'à ébullition et en cherchant à perdre au moins 100g d'eau on a :

$M_{initiale} = 1383g$

$M_{final} = 1280g$

$P = 2067W$

$\Delta t = 2.04min$

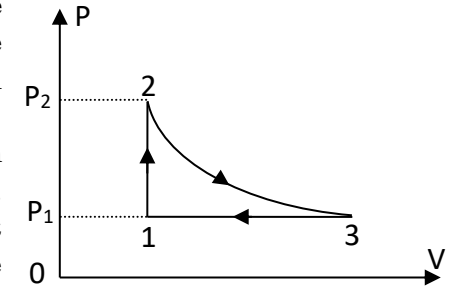
On a $h = \frac{P\Delta t}{\Delta m} = 2,4MJ$. L'incertitude de 10% sur la lecture de la masse se retrouve sur la valeur de h

Activité 6 : moteur 2 temps

Le mélange air-carburant est assimilé à n moles de gaz parfait de coefficient isentropique γ .

Dans un premier temps, le mélange entre dans la chambre du piston et une bougie réalise l'allumage : une explosion a lieu en 1.

Ensuite se déroule le cycle suivant dans un diagramme de Clapeyron : entre 1 et 2, combustion mettant en jeu un transfert thermique ; entre 2 et 3, détente adiabatique mécaniquement réversible et enfin un refroidissement isobare entre 3 et 1.



1. Comment reconnaît-on qu'il s'agit d'un cycle moteur ?
2. Exprimer le transfert thermique Q_{12} pour la transformation 1→2, en fonction de T_1 et T_2 . Exprimer le transfert thermique Q_{31} pour la transformation 3→1 en fonction de T_1 et T_3 .
3. Définir le rendement thermique η du cycle. L'exprimer en fonction des températures.
4. Rappeler les lois de Laplace ainsi que leurs hypothèses d'utilisation.
5. En déduire une relation entre P_2, P_3, T_2, T_3
6. Montrer alors que le rendement est donné par $\eta = 1 - \gamma \frac{\beta^{1/\gamma} - 1}{\beta - 1}$ où $\beta = \frac{P_2}{P_1}$
7. Calculer ce rendement si $\beta = 10$ et $\gamma = \frac{3}{2}$ on donne $10^{\frac{2}{3}} \approx \frac{9}{2}$.

1. Le parcours du cycle se fait dans le sens horaire donc $\oint P dV > 0$ et donc W globalement négatif. On a un cycle moteur.
2. $Q_{12} = (nR/(\gamma-1))(T_2-T_1)$ car transformation isochore d'un gaz parfait et $Q_{31} = (\gamma nR/(\gamma-1))(T_1-T_3)$ car transformation isobare d'un GP.
3. $\eta = -W/Q_c$ ppe sur un cycle : $\Delta U = 0 = W + Q_{12} + Q_{31}$ donc $\eta = 1 + Q_{31}/Q_{12} = 1 + \Delta H_{31}/\Delta U_{12} = 1 - \gamma (T_3-T_1)/(T_2-T_1)$.

4. Si GP+mécaniquement réversible+adiabatique alors on peut utiliser les

$$\text{lois de Laplace et donc } \begin{cases} PV^\gamma = Cte \\ TV^{\gamma-1} = Cte \\ P^{1-\gamma} T^\gamma = Cte \end{cases}$$

5. $P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma = P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma$

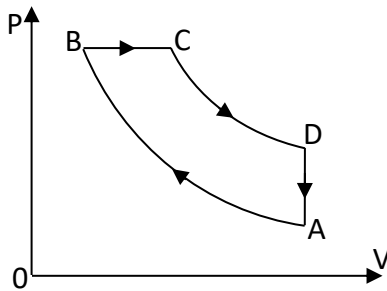
6. $\eta = 1 - \gamma \frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1} = 1 - \gamma \frac{T_2 \beta^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_1}{T_2 - T_1} = 1 - \gamma \frac{\beta^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \frac{T_1}{T_2}}{1 - \frac{T_1}{T_2}} = 1 - \gamma \frac{\beta^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \frac{P_1}{P_2}}{1 - \frac{P_1}{P_2}} = 1 -$

$$\gamma \frac{\beta^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1}{1 - \frac{1}{\beta}} = 1 - \gamma \frac{\beta^{\frac{1}{\gamma}-1}}{\beta-1}$$

7. $\eta = \frac{5}{12} \approx 40\%$

Activité 7 : Moteur diesel

On considère un cycle moteur ABCD emprunté par n moles de gaz parfait diatomique de coefficient isentropique γ . Partant de A, le gaz subit une compression adiabatique mécaniquement réversible jusqu'au point B. Entre B et C, se produit un chauffage à pression constante, en contact avec la source chaude. La détente se poursuit entre C et D de façon adiabatique et mécaniquement réversible. Entre D et A, on laisse refroidir le gaz à volume constant, en contact avec la source froide, pour revenir à l'état initial. On définit les rapports de compression et de détente $a = V_A/V_B$ et $b = V_D/V_C$.

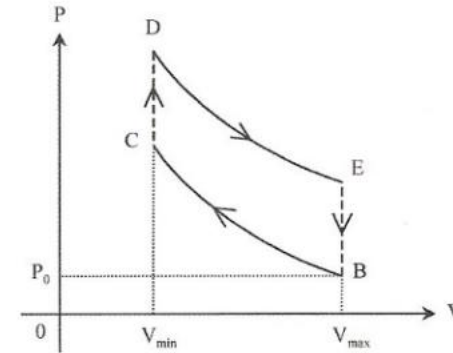


1. Exprimer les transferts thermiques en fonction des températures.
2. En déduire l'expression du rendement η de ce moteur en fonction des températures.
3. Exprimer les températures T_B , T_C , T_D en fonction de T_A , a , b et du coefficient isentropique γ .
4. En déduire une expression de η en fonction de a , b et γ uniquement.

1. $Q_{AB} = Q_{CD} = 0$. $Q_{BC} = \Delta H = (\gamma/(\gamma-1)) nR (T_C - T_B)$. $Q_{DA} = (nR/(\gamma-1))(T_A - T_D)$.
2. $\eta = -W/Q_c = 1 + Q_c/Q_e = 1 + Q_{DA}/Q_{BC} = 1 - (T_D - T_A)/(\gamma(T_C - T_B))$
3. Sur AB : $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$; sur BC : $T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$; sur CD : $T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$; sur DA : $V_D = V_A$.
Donc $T_B = T_A a^{\gamma-1}$, $T_C = T_B a/b = T_A a^{\gamma/b}$, $T_D = T_C b^{1-\gamma} = T_A a^{\gamma/b} b^{\gamma}$.
4. On obtient sans difficulté $\eta = 1 - (b a^{1-\gamma} - b^{1-\gamma} a)/(\gamma(b-a))$.

Activité 8 : Moteur essence

L'agent thermique est un mélange air-essence subit le cycle ci-dessous



Les grandeurs physiques seront affectées d'un indice correspondant à leur valeur au point du cycle considéré (B, C, D ou E). On considère la transformation de n moles de gaz parfait dont la capacité calorifique à volume constant est notée C_V . Les compressions et détentes sont supposées adiabatiques et mécaniquement réversibles.

- 1) Donner l'expression du rendement r de ce moteur en fonction des températures T_B , T_C , T_D et T_E .
- 2) Montrer ensuite que ce rendement est indépendant de la température mais juste fonction de $a = \frac{V_{max}}{V_{min}}$. En déduire alors comment augmenter le travail que pourra délivrer la machine. Faire un calcul de rendement en prenant $\gamma = \frac{3}{2}$ et $a = 9$

Donc : $T_B = T_C \left(\frac{V_C}{V_B} \right)^{\gamma-1}$, $Q_{CD} = C_V(T_D - T_C)$, $T_E = T_D \left(\frac{V_D}{V_E} \right)^{\gamma-1}$ et $Q_{EB} = C_V(T_B - T_E)$

Le rendement de ce moteur est donné par : $r = -\frac{W}{Q_{CD}} = \frac{Q_{CD} + Q_{EB}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{EB}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{(T_B - T_E)}{(T_D - T_C)}$

En utilisant les résultats précédents : $r = 1 + \frac{\left(T_C \left(\frac{V_C}{V_B} \right)^{\gamma-1} - T_D \left(\frac{V_D}{V_E} \right)^{\gamma-1} \right)}{(T_D - T_C)} = 1 - a^{1-\gamma} = \frac{2}{3}$