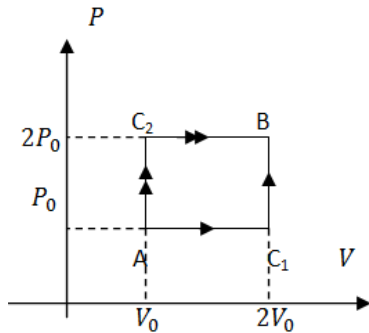


Exercice 1 : Grandeur différentielle totale exacte et inexacte

Un gaz parfait ( $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ) de  $n$  moles, subit deux transformations différentes d'un même état initial  $A(P_0, V_0)$  vers un même état final  $B(2P_0, 2V_0)$ .



- La transformation  $AC_1B$  constituée d'une isobare  $AC_1$  et d'une isochore  $C_1B$
- La transformation  $AC_2B$  constituée d'une isochore  $AC_2$  et d'une isobare  $C_2B$

Toutes ces transformations sont supposées mécaniquement réversibles.

- Calculer, pour chaque transformation, le travail et le transfert thermique reçu par le gaz de la part du milieu extérieur en fonction de  $P_0, V_0$  et  $\gamma$
- Calculer la variation d'énergie interne  $\Delta U_{AB}$  pour les deux transformations  $AB$ .
- Faire un bilan de vos résultats dans un tableau. Identifier alors les grandeurs dont les variations sont indépendantes du chemins suivis

Les hypothèses sont donc :

- gaz parfait (idéal) : énergie interne fonction uniquement de la température et les capacités calorifiques sont constantes ( $dU = C_v dT = \frac{nR}{\gamma-1} dT$ )
- la transformation est mécaniquement réversible, le travail des forces de pression extérieure est donc intégralement transmis au gaz. Donc pas de frottement solide et le piston est déplacé de manière quasistatique assurant l'égalité des pressions  $P = P_{ext}$  alors  $\delta W = -PdV$

transformation $AC_1B$	transformation $AC_2B$
Le travail est donné par :	Le travail est donné par :
$W_{AC_1B} = W_{AC_1} + W_{C_1B}$	$W_{AC_2B} = W_{AC_2} + W_{C_2B}$
$W_{C_1B} = 0$ car la transformation est isochore	$W_{AC_2} = 0$ car la transformation est isochore

$W_{AC_1} = -P_0(2V_0 - V_0) = -P_0V_0$ car la transformation est isobare à la pression $P_0$ $W_{AC_1B} = -P_0V_0$	$W_{C_2B} = -2P_0(2V_0 - V_0) = -2P_0V_0$ car la transformation est isobare à la pression $P_0$ $W_{AC_2B} = -2P_0V_0$
Le transfert thermique nous est donné par l'application du premier principe :	Le transfert thermique nous est donné par l'application du premier principe :
$Q_{AC_1B} = \Delta U_{AC_1B} - W_{AC_1B}$	$Q_{AC_2B} = \Delta U_{AC_2B} - W_{AC_2B}$
Donc, ces grandeurs extensives vérifient :	Donc, ces grandeurs extensives vérifient :
$Q_{AC_1} = \Delta H_{AC_1}$	$Q_{AC_2} = \Delta U_{AC_2} - W_{AC_2}$
$Q_{AC_1} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_{C_1} - T_A)$	$Q_{AC_2} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_{C_2} - T_A)$
En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits :	En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits :
$Q_{AC_1} = \frac{P_0\gamma}{\gamma-1}(2V_0 - V_0)$	$Q_{AC_2} = \frac{V_0}{\gamma-1}(2P_0 - P_0)$
$Q_{AC_1} = P_0V_0\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)$	$Q_{AC_2} = \frac{P_0V_0}{\gamma-1}$
Et :	Et :
$Q_{C_1B} = \Delta U_{C_1B} - W_{C_1B}$	$Q_{C_2B} = \Delta H_{C_2B}$
$Q_{C_1B} = \Delta U_{C_1B} = \frac{2V_0}{\gamma-1}(2P_0 - P_0)$	$Q_{C_2B} = \frac{2P_0\gamma}{\gamma-1}(2V_0 - V_0)$
$Q_{C_1B} = \frac{2V_0P_0}{\gamma-1}$	$Q_{C_2B} = \frac{2V_0P_0}{\gamma-1}\gamma$
$Q_{AC_1B} = \frac{2V_0P_0}{\gamma-1} + P_0V_0\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)$	$Q_{AC_2B} = \frac{2V_0P_0}{\gamma-1}\gamma + \frac{P_0V_0}{\gamma-1}$
$Q_{AC_1B} = \frac{V_0P_0}{\gamma-1}(2 + \gamma)$	$Q_{AC_2B} = \frac{P_0V_0}{\gamma-1}(1 + 2\gamma)$

On peut calculer la variation d'énergie interne en suivant les deux chemins possibles :

$$\Delta U_{AC_1B} = Q_{AC_1B} + W_{AC_1B} = -P_0V_0 + \frac{V_0P_0}{\gamma-1}(2 + \gamma) = \frac{P_0V_0}{\gamma-1}(2 + \gamma - (\gamma - 1)) = 3 \frac{P_0V_0}{\gamma-1}$$

$$\Delta U_{AC_2B} = Q_{AC_2B} + W_{AC_2B} = -2P_0V_0 + \frac{P_0V_0}{\gamma-1}(1 + 2\gamma) = \frac{P_0V_0}{\gamma-1}(1 + 2\gamma - 2(\gamma - 1))$$

$$\Delta U_{AC_2B} = 3 \frac{P_0V_0}{\gamma-1}$$

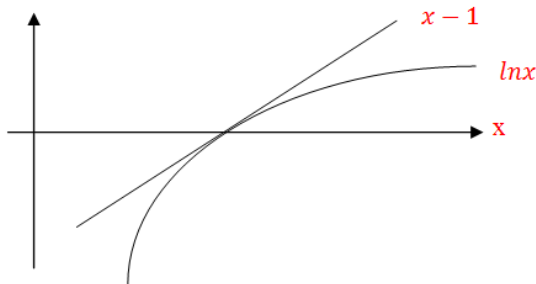
	Chemin AC <sub>1</sub> B	Chemin AC <sub>2</sub> B	Cycle complet AC <sub>1</sub> BC <sub>2</sub> B
Transfert thermique	$Q_{AC_1B} = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} (2 + \gamma)$	$Q_{AC_2B} = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} (1 + 2\gamma)$	$Q = -P_0 V_0$
Travail	$W_{AC_1B} = -P_0 V_0$	$W_{AC_2B} = -2P_0 V_0$	$W = P_0 V_0$
Energie interne	$\Delta U_{AC_1B} = 3 \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}$	$\Delta U_{AC_2B} = 3 \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}$	$\Delta U = 0$

On voit clairement que le transfert thermique et le travail sont associés à des formes différentielles. L'énergie interne est en revanche associée une grandeur différentielle exacte.

2<sup>nd</sup> principe

Activité 2 : Transformations irréversibles ?

Données : On représente ci-dessous les fonctions  $x - 1$  et  $\ln x$  en fonction de  $x > 0$



1) Transformation monotherme isochore :

On considère  $n$  moles de gaz parfait ( $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ ) enfermés dans un cylindre muni d'un piston et subissant une transformation monotherme : les échanges thermiques ne se font qu'avec un seul thermostat.

- a) La transformation est isochore et fait passer la température initiale  $T_i$  à la valeur  $T_f > T_i$ . Décrire le dispositif (paroi du récipient, extérieur).

Dans un premier temps, on peut chercher à nommer cette transformation. On ne peut pas parler de compression ou de détente (pas de modification du volume). En revanche, une transformation sera possible si un paramètre extérieur est en déséquilibre avec le système : il s'agit de la température. La transformation est un chauffage au contact d'une température unique  $T_f$  maintenue par un thermostat.

Il faut donc imaginer un piston bloqué enfermant un gaz. Les parois diathermanes sont, par exemple, plongées dans un récipient rempli d'eau chaude.

- b) Avec une analyse qualitative, prévoir si cette transformation est réversible. Justifier.

On a clairement un système thermoélastique contenu dans un réacteur thermomécanique fermé à parois fixes et diathermanes : l'équilibre thermique n'est pas réalisé. Nous avons donc une inhomogénéité de la température conduisant à une irréversibilité de la transformation.

- c) Evaluer le travail des forces de pression et le transfert thermique

Le travail des forces de pression (qui est le seul travail mis en jeu ici) est nul. Le transfert thermique s'identifie directement à la variation d'énergie interne :  $Q = C_v(T_f - T_i)$

- d) Calculer la variation d'entropie

La variation d'entropie est donnée à l'aide de l'identité thermodynamique :

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{PdV}{T}$$

Dans cette transformation isochore :

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

- e) Calculer l'entropie d'échange

Par définition :

$$\delta S_e = \frac{\delta Q}{T_f} = \frac{C_v dT}{T_f}$$

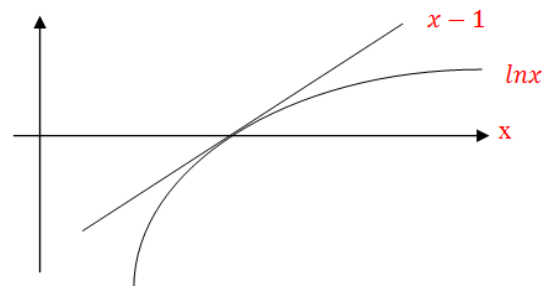
$$S_e = \frac{C_v(T_f - T_i)}{T_f}$$

- f) Exprimer l'entropie créée. Conclusion

$$S_c = \Delta S - S_e = C_v \ln \frac{T_f}{T_i} - \frac{C_v(T_f - T_i)}{T_f} = C_v \left( \ln \frac{T_f}{T_i} - 1 + \frac{T_i}{T_f} \right)$$

$$S_c = C_v(-\ln x - 1 + x)$$

Avec  $x = \frac{T_i}{T_f}$ . On peut alors étudier cette fonction en comparant deux fonctions :  $\ln x$  et  $x - 1$  :



On peut alors affirmer que pour toute température, la transformation isochore monotherme est irréversible.

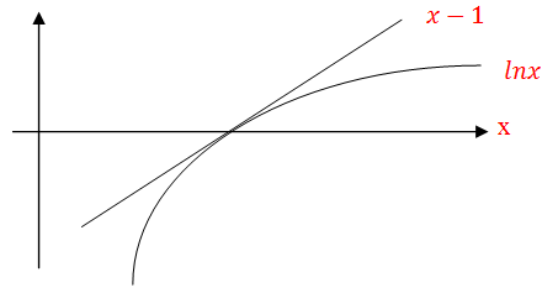
- 2) Transformation monotherme isobare :

On considère  $n$  moles de gaz parfait ( $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ ) enfermés dans un cylindre muni d'un piston et subissant une transformation monotherme : les échanges thermiques ne se font qu'avec un seul thermostat

$$S_c = \Delta S - S_e = C_v \ln \frac{T_f}{T_i} - \frac{C_v(T_f - T_i)}{T_f} = C_v \left( \ln \frac{T_f}{T_i} - 1 + \frac{T_i}{T_f} \right)$$

$$S_c = C_v(-\ln x - 1 + x)$$

Avec  $x = \frac{T_i}{T_f}$ . On peut alors étudier cette fonction en comparant deux fonctions :  $\ln x$  et  $x - 1$  :



On peut alors affirmer que pour toutes températures, la transformation isobare monotherme est irréversible.

- a) La transformation est isobare (à la pression  $P_0$ ) et on fait passer de manière mécaniquement réversible le gaz de son volume initial  $V_i$  (température  $T_i$ ) à un volume final  $V_f < V_i$  (température finale  $T_f$ ). Décrire le dispositif (paroi du récipient, extérieur). S'agit-il d'une compression ?

Dans un premier temps, on peut chercher à nommer cette transformation. On ne peut pas parler de compression ou de détente (pas de modification de la pression). En revanche, une transformation sera possible si un paramètre extérieur est en déséquilibre avec le système : il s'agit de la température. La transformation est un refroidissement au contact d'une température unique  $T_f$  maintenue par un thermostat avec des parois diathermanes. Comme la transformation est réversible mécaniquement, l'égalité des pressions (intérieure et extérieure) est assurée. On réalise donc un refroidissement isobare en mettant en contact la paroi mobile avec l'extérieur et immergeant le reste du système dans un bain d'eau froide.

- b) Avec une analyse qualitative, prévoir si cette transformation est réversible. Justifier.

On a un système thermoélastique contenu dans un réacteur thermomécanique présentant un déséquilibre de température avec l'extérieur. Il y a donc à coup sûr irréversibilité.

- c) Evaluer le travail des forces de pression et le transfert thermique

On a donc une transformation isobare, pour laquelle on a un travail des forces de pression (avec un mouvement quasistatique et sans frottement du piston) donné par :

$$W = -P_0(V_f - V_i)$$

Le transfert thermique de cette transformation isobare est rapidement donné par l'enthalpie :

$$Q = \Delta H = C_p(T_f - T_i)$$

- d) Calculer la variation d'entropie

A l'aide de l'identité thermodynamique :

$$dS = \frac{\delta H}{T_f} = \frac{C_p dT}{T_f}; \Delta S = C_p \ln \frac{T_f}{T_i}$$

- e) Calculer l'entropie d'échange

Par définition :

$$\delta S_e = \frac{\delta Q}{T_f} = \frac{C_p dT}{T_f}; S_e = \frac{C_p(T_f - T_i)}{T_f}$$

- f) Exprimer l'entropie créée. Conclusion

### 3) Transformation isotherme :

On fait passer  $n$  moles de gaz parfait ( $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ ) d'un volume initial  $V_i$  (température  $T_i$ ) à un volume final  $V_f < V_i$  (température finale  $T_f$ ) dans un réacteur thermomécanique dépourvu de frottement au cours d'une transformation isotherme.

- a) Décrire le réacteur et la nature de la transformation.

Il s'agit d'une compression impliquant des parois diathermanes en contact permanent avec un thermostat permettant de maintenir une température unique. Pour que cet équilibre thermique avec l'extérieur soit possible, l'expérience est nécessairement quasistatique donc lente

- b) Avec une analyse qualitative, prévoir si cette transformation est réversible. Justifier.

On a un équilibre thermique et mécanique pour ce système contenu dans un réacteur thermomécanique sans frottement, il n'y a donc aucune source d'irréversibilité.

- c) Evaluer le travail des forces de pression et le transfert thermique

On a :

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} nRT_i \frac{dV}{V} = -nRT_i \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

Et le transfert thermique est donné à partir du 1<sup>er</sup> principe :

$$Q = -W = nRT_i \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

- d) Calculer la variation d'entropie

A l'aide de l'identité thermodynamique :

$$T dS = T_i dS = P \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

e) Calculer l'entropie d'échange

L'entropie d'échange vaut :

$$S_e = nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

f) Exprimer l'entropie créée. Conclusion

L'entropie créée est nulle. La transformation est donc bien réversible.

4) Transformation adiabatique :

On fait passer  $n$  moles de gaz parfait ( $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ) de manière mécaniquement réversible d'un volume initial  $V_i$  (température  $T_i$ ) à un volume final  $V_f < V_i$  (température finale  $T_f$ ) dans un réacteur thermomécanique dépourvu de frottement au cours d'une transformation adiabatique.

a) Décrire le réacteur et la nature de la transformation.

Cette fois les parois sont athermanes, le piston est en mouvement quasistatique, assurant l'équilibre mécanique. La température du milieu extérieur n'influe pas ici (équilibre interne). Il s'agit donc d'une compression qui s'accompagne d'une augmentation de la température.

b) Avec une analyse qualitative, prévoir si cette transformation est réversible. Justifier.

Pas de déséquilibre mécanique et équilibre thermique interne, donc pas de source d'irréversibilité (pas de frottement n'ont plus)

c) Donner l'expression de température  $T_f$  subie par le gaz en fonction de  $T_i, V_f, V_i$  et  $\gamma$

On a  $T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$ . Donc  $\Delta T_{adia} = T_f - T_i = T_i \left( \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} - 1 \right)$

d) Evaluer le travail des forces de pression en fonction de  $T_i, V_f, V_i$  et  $\gamma$  et le transfert thermique.

$$Q = 0$$

Et le travail s'obtient à l'aide du 1<sup>e</sup> principe :  $\Delta U = C_V \Delta T_{adia} = \frac{nR \Delta T_{adia}}{(\gamma-1)}$

e) Calculer la variation d'entropie

Avec l'identité thermodynamique :  $dS = C_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} = nR \left( \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} + \ln \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \right) = 0$$

f) Calculer l'entropie d'échange

$$S_e = 0$$

g) Exprimer l'entropie créée. Conclusion

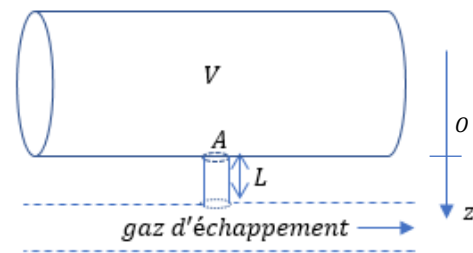
Aucune entropie créée, donc la transformation est bien réversible.

Activité 3 : Résonateur d'Helmholtz

Le résonateur d'Helmholtz est une cavité ouverte remplie d'air. Ce gaz oscille notablement au niveau de l'ouverture lorsqu'il est stimulé à une certaine fréquence : la fréquence de résonance. On fixe la géométrie de ces cavités pour régler la fréquence de résonance de l'onde acoustique. Ce procédé est utilisé dans certains tuyaux d'échappement.



On va modéliser le résonateur par un cylindre de volume  $V \gg AL$  surmonté d'un autre cylindre de section  $A$  et de hauteur  $L$ .



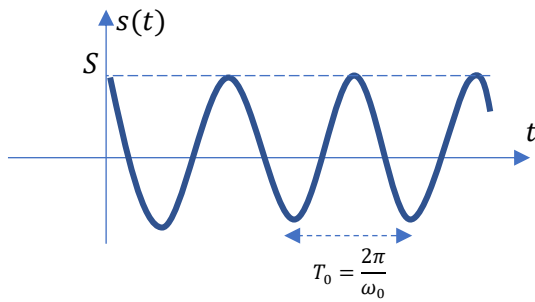
Le gaz contenu dans le cylindre de section  $A$  est affecté d'une masse  $m$ . Il peut être assimilé à un « bloc solide » de masse volumique  $\rho$  en oscillation. L'extrémité supérieure de ce « bloc solide » est repéré par sa côte verticale  $z$ . En l'absence d'oscillations, on fixe cette côte  $z$  à  $z = 0$ .

Le volume  $V$  contient un gaz supposé parfait, non visqueux et à la pression  $P(z) = P_0 + p(z)$  où  $P_0$  est la pression atmosphérique et  $p(z)$  traduit les variations algébriques de pression liées aux oscillations (donc  $p(z=0) = 0$ ).

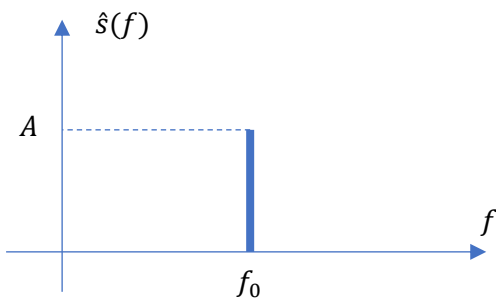
Les parois du récipient sont supposées calorifugées : les compressions et détentes de l'air dans  $V$  sont adiabatiques. Les oscillations sont suffisamment lentes pour être considérées comme mécaniquement réversibles.

- 1) Ecrire l'équation mécanique de la masse  $m$  en négligeant le poids et les effets visqueux.
- 2) Trouver l'expression de  $p(z)$  en fonction de  $P_0, A, \gamma, V$  et  $z$  dans l'hypothèse d'oscillations de petites amplitudes (on rappelle que  $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$  si  $\varepsilon \ll 1$ ).
- 3) En déduire l'expression de la fréquence  $f_0$  des oscillations.
- 4) A l'aide d'une bouteille de vin, d'un microphone et d'un oscilloscope, vérifier la validité de la formule précédente en observant l'évolution temporelle du signal. On pourra faire les mesures  $V, A$  et  $L$  afin d'apprécier la valeur théorique.

L'oscilloscope permet l'analyse spectrale du signal acquis avec la fonction FFT (menu maths). Dans le cas d'un signal  $s(t)$  sinusoïdal le lien entre représentation temporelle et spectrale est le suivant :



$$s(t) = S \cos(\omega_0 t)$$



5) Obtenir le spectre du signal sonore. Interpréter.

Rq : La fréquence mesurée est au-dessus de celle attendue car la longueur  $L$  du bloc d'air en oscillation est sous estimée : une partie de l'air en dehors de l'enbouchure oscille aussi (il faut typiquement rajouter 1 cm à  $L$ ).

A un instant  $t$ , la relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\rho A L \ddot{z} = -P_0 A + P A = p(z) A$$

$$\ddot{z} = \frac{p(z)}{\rho L}$$

L'idée est donc de trouver la fonction  $p(z)$ .

Avec les lois de Laplace :  $PV^\gamma = Cte$  donc :  $P_0 V^\gamma = P(z) (V + Az)^\gamma = P(z) V^\gamma \left(1 + \frac{Az}{V}\right)^\gamma$

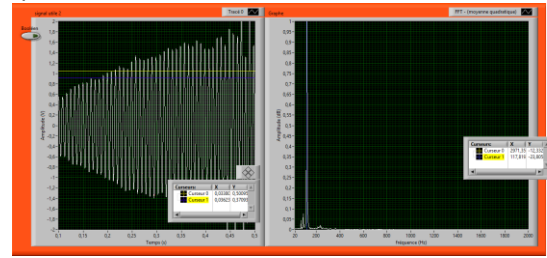
$$\text{Soit : } P(z) = P_0 \left(1 - \frac{\gamma A z}{V}\right)$$

$$\text{Et : } p(z) = -P_0 \frac{\gamma A z}{V}$$

$$\text{Et donc : } \ddot{z} + P_0 \frac{\gamma A z}{\rho V L} = 0$$

$$\text{Soit } f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{P_0 \gamma A}{\rho V L}}$$

Ci-dessous une acquisition sur Labview avec une bouteille de vin on calcule  $f_0 \approx 135\text{Hz}$  et on trouve une fréquence de 117Hz !



Activité 4 : Rendement d'un système de chauffage

Matériels :

- Bouilloire
- Puissancemètre (et sa documentation technique)
- Thermomètre
- Chronomètre
- balance

Donnée :

- Capacité calorifique massique de l'eau  $c_{eau} \approx 4185\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Effectuer les mesures permettant d'estimer ce rendement ainsi que son incertitude avec la méthode de Monté Carlo.

!!!!!!! Reporter toute votre démarche et résultats dans un compte rendu à me rendre en vous inspirant du tableau ci-dessous !!!!!

Grille de compétences	/1	/2	/3	/4
<b>Analyser</b>				
Identifier les paramètres pertinents, faire un schéma légendé du montage retenu				
Proposer un protocole				
<b>Réaliser</b>				
Réaliser les mesures nécessaires				
<b>Valider</b>				
Extraire des informations des données expérimentales et les exploiter				
<b>Communiquer</b>				

Proposer un bilan, une conclusion	
--------------------------------------	--

On obtient les résultats suivants :

Température initiale : $T_i(^{\circ}C)$	Température finale : $T_f(^{\circ}C)$	Masse d'eau : $m(kg)$	Temps de chauffage $\Delta t(s)$	Puissance moyenne consommée (W)
$T_i(^{\circ}C) = 30,0^{\circ}C$	$T_f(^{\circ}C) = 48,5^{\circ}C$	1,67kg	$\Delta t = 67,0s$	$P = 2,25kW$

On a donc  $Q = mc_{eau}(T_f - T_i) = 129kJ$  et  $W_{elec} = P\Delta t = 151kJ$

On peut donc mesurer un rendement :

$$r = \frac{Q}{W_{elec}} = \frac{mc_{eau}(T_f - T_i)}{P\Delta t} = 86\%$$

Evaluation de l'incertitude avec la méthode de Monté Carlo

```
Tf=48.5
u_Tf=1
Ti=30.0
u_Ti=0.5
m=1.67
u_m=0.01
t=67
u_t=0
P=2250
u_P=10

N=10**4
r=np.zeros(N)
for i in range(N):
    Tf_new=np.random.normal(Tf,u_Tf)
    Ti_new=np.random.normal(Ti,u_Ti)
    m_new=np.random.normal(m,u_m)
    P_new=np.random.normal(P,u_P)
    r[i]=m_new*4185*(Tf_new-Ti_new)/(P*t)
print(np.mean(r))
print(np.std(r))
```

