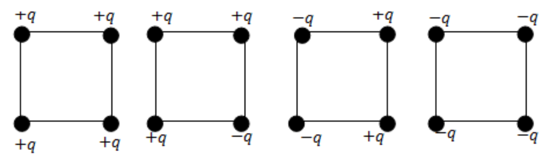
Activité 1 : Surfaces et volumes à connaître

1) Après avoir donné les expressions des éléments de surface et de volume adéquats, exprimer le volume des figures géométriques suivantes :
   - Cylindre de rayon R et de hauteur h
   - Sphère de rayon R
2) Exprimer également les différentes surfaces pour :
   - Un cylindre de rayon R et de hauteur h
   - Une sphère de rayon R
3) On considère une distribution volumique de charges contenue dans un cylindre vertical de rayon R et de hauteur h. On note $\rho(P)$ la densité volumique de charge en un point P du cylindre. Exprimer, en utilisant le système de coordonnées cylindriques, la charge totale Q contenue dans ce cylindre si :
   - Si $\rho(P) = \rho_0 = Cte$
   - Si $\rho(P) = \frac{\rho_0 r}{R}$ où r est la distance radiale depuis l'axe de symétrie de révolution vertical
4) On considère une distribution de charges sphérique de rayon R. On note $\rho(P)$ la densité volumique de charge en un point P de la sphère. Exprimer, en utilisant le système de coordonnées sphériques, la charge totale Q contenue dans ce cylindre si :
   - Si $\rho(P) = \rho_0 = Cte$
   - Si $\rho(P) = \frac{\rho_0 r}{R}$ où r est la distance radiale depuis l'axe de symétrie de révolution vertical

Activité 2 : Propriétés de symétrie

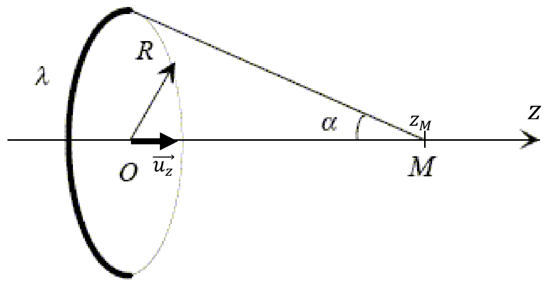
Soient quatre charges sphériques quasi-ponctuelles telles que :



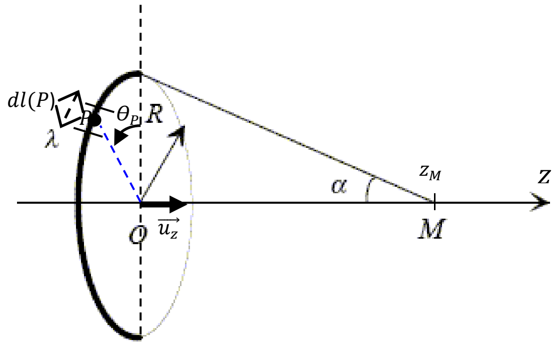
A l'aide d'arguments de symétrie, donner puis représenter le champ électrostatique au centre du carré de diagonale $2a$ dans chaque situation.

Activité 3 : Etude du champ créé par une spire

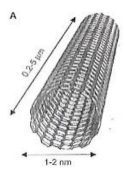
On considère une spire de rayon R chargée uniformément sur son contour avec une densité linéique de charge $\lambda > 0$ alors constante. On note Oz l'axe de cette spire et α l'angle sous lequel est vue la spire depuis un point M quelconque de l'axe Oz. On note z_M la côte du point M sur l'axe de la spire



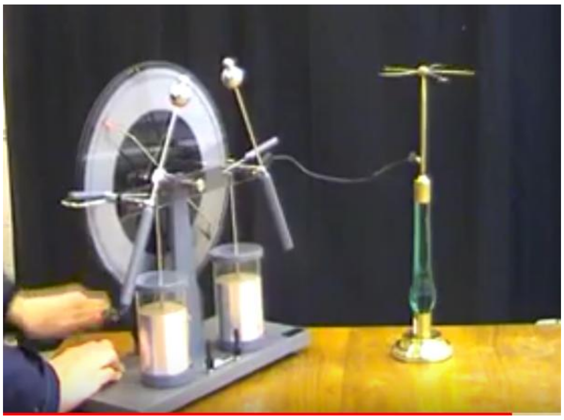
1) A l'aide d'arguments de symétrie, donner la direction du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ rayonné au point M par toute la distribution.
2) Soit $dl(P)$ un élément de longueur de cette distribution linéique centré autour d'un point P quelconque de la spire chargée. On note θ_P la position angulaire du point P par rapport à une direction verticale de référence.



   i) Donner l'expression de la charge $dq(P)$ portée par $dl(P)$.
   ii) Représenter sur le graphe précédent $d\vec{E}(M)$ rayonné par $dq(P)$ si $z_M > 0$.
   iii) Préciser pourquoi l'intensité du champ électrostatique $E(M)$ rayonnée par toute la distribution D peut être déterminée par le calcul suivant : $E(M) = \int_D d\vec{E}(M).\vec{u_z}$
   iv) Exprimer le champ électrostatique $E(M)$ en fonction de z_M, λ, R et ε_0 (permittivité diélectrique du vide) si $z_M > 0$.
   v) Que dire du champ électrostatique dans le demi espace des $z_M < 0$?
3) Application : A l'aide du résultat précédent, expliquer l'utilisation actuelle de nanotube de carbone afin de générer des champs électriques.

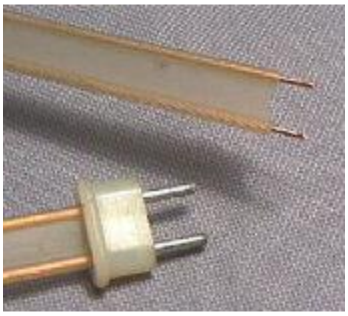


4) Interpréter l'expérience du tourniquet électrique.

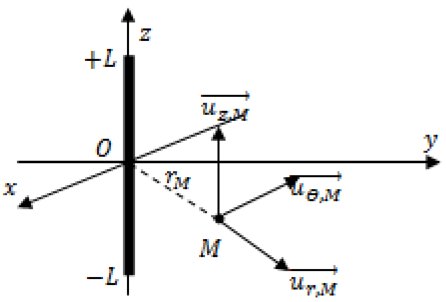


Activité 4 : Etude d'une ligne bifilaire

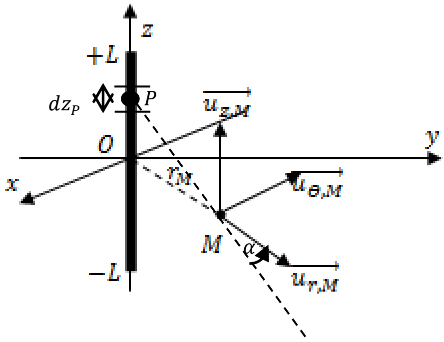
Un câble de liaison Hi-Fi, un cordon d'alimentation secteur sont des exemples de lignes bifilaires. La connaissance de leurs caractéristiques électriques (capacité puis impédance) nécessite d'étudier dans un premier temps le champ électrostatique rayonné par ces fils une fois chargés.



On considère un fil (distribution D) de longueur $2L$ uniformément chargé en longueur avec une densité linéique de charges positives λ. On souhaite connaître le champ créé par cette distribution en un point M appartenant au plan médiateur (xOy) de cette distribution. On note r_M la distance OM et le champ électrostatique sera étudié dans la base cylindrique $(\overrightarrow{u_{r,M}}, \overrightarrow{u_{\theta,M}}, \overrightarrow{u_{z,M}})$.



1) A l'aide d'arguments de symétrie, donner la direction du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ rayonné au point M par toute la distribution.
2) Soit $dz_P > 0$ un élément de longueur de cette distribution linéique centré autour d'un point P quelconque du fil chargé.



i) Donner l'expression de la charge $dq(P)$ porté sur dz_P.

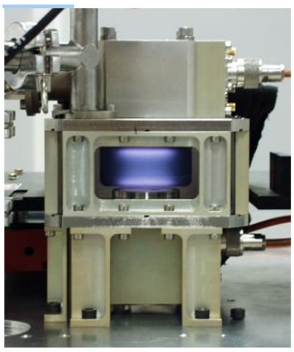
Il sera souvent plus simple de décrire une distribution à l'aide d'une variable angulaire (ici α, angle sous lequel est vu le point P depuis le point M). On va donc chercher à trouver la relation liant dz_P à la variation $d\alpha$.

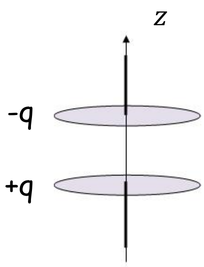
ii) Montrer que $d\, tan\alpha = \frac{d\alpha}{cos^2\alpha}$ et aussi que $d\, tan\alpha = \frac{dz_P}{r_M}$. En déduire l'expression de $dq(P)$ en fonction de $d\alpha$.
iii) Représenter sur le graphe précédent le champ électrostatique $d\vec{E}(M)$ rayonné par $dq(P)$.
iv) Que représente la quantité : $\left(\int_D d\vec{E}(M).\overrightarrow{u_{r,M}}\right).\overrightarrow{u_{r,M}}$?
v) Exprimer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en fonction de r_M, λ, L et ε_0 (permittivité diélectrique du vide). On cherchera donc à intégrer en fonction de la variable α ($-\alpha_0$ et $+\alpha_0$ sont les angles sous lesquels sont vus les deux extrémités du fil depuis M).

3) A l'aide de l'étude précédente, obtenir l'expression du champ électrostatique créé par un fil supposé infini et chargé positivement avec une densité linéique constante λ.
4) Electriser une tige en plastique par frottement et expliquer la mise en mouvement d'une boîte de conserve

Activité 5 : Etude d'un réacteur plasma

Un plasma est un gaz ionisé sous l'action, par exemple, d'un champ électrostatique. Le réacteur étudié ici est le réacteur PKE utilisé en Allemagne, en Australie mais aussi en France (Orléans). Ce réacteur crée le champ électrostatique à l'aide de deux distributions de charges localisée respectivement sur deux électrodes. L'étude de ces plasmas de laboratoire a permis de maîtriser les process de fabrication des composants électroniques (transistors MOS par exemple).

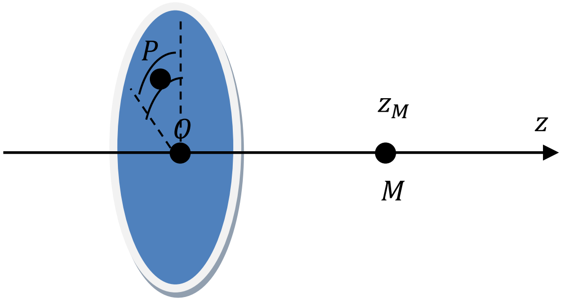




L'électrode supérieure porte une charge -q et l'électrode inférieure une charge +q. Ces deux électrodes ont la même géométrie : un disque de rayon R. On supposera que la charge totale de chaque face est répartie uniformément avec une densité surfacique +σ pour l'électrode inférieure et -σ pour l'électrode supérieure.

a) Etude d'une électrode seule :

Considérons l'électrode chargée positivement d'axe Oz et de centre O :



1) A l'aide d'arguments de symétrie, donner la direction du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ rayonné en un point M de l'axe Oz par toute la distribution.

On note (r_P, θ_P) le jeu de variables repérant le point P et z_M la variable repérant le point M en repérage cylindrique.

2) Soit $dS(P)$ un élément de surface de cette distribution surfacique centré autour d'un point P quelconque.

i) Donner l'expression de la charge $dq(P)$ porté par $dS(P)$.

ii) Représenter, sur le graphe précédent, le champ $d\vec{E}(M)$ rayonné par $dq(P)$ si $z_M > 0$.

iii) Exprimer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en fonction de z_M, R, σ et ε_0 (permittivité diélectrique du vide). On introduira au cours du calcul l'angle α sous lequel est vu le point P depuis le point M.

iv) Donner l'expression du champ électrostatique dans le demi espace des $z_M < 0$?

3) Exprimer le champ créé par un plan infini portant la densité surfacique de charges uniforme σ. Comment ce champ dépend-il de la distance au plan ? Discuter.

b) Etude du réacteur

On considère que les deux électrodes sont des plans infinis (hypothèse vraisemblable si l'on considère leurs diamètres bien supérieurs à la distance qui les sépare).

1) En vous aidant d'un schéma, donner l'expression du champ électrostatique en tout point de l'espace.

2) Dans quel sens le champ électrostatique est-il dirigé dans le réacteur ?

3) A l'aide d'un logiciel traceur de lignes de champ (http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Champs/lignes_champE.php):

i) Proposer un modèle permettant d'apprécier la cartographie des lignes de champ et équipotentielles pour deux plaques supposées infinies et chargées de manière opposées.

ii) Analyser l'allure des lignes de champ électrostatique obtenues.