OEM dans le vide

## Activité 1 : Etude énergétique de l'onde lumineuse

On considère une onde lumineuse émise par un laser. Cette onde est quasi-monochromatique et polarisée rectilignement. L'onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement est donc une bonne candidate pour décrire cette onde lumineuse. On va donc considérer la propagation dans l'air, milieu assimilé à du vide, d'un champ électrique donné par :

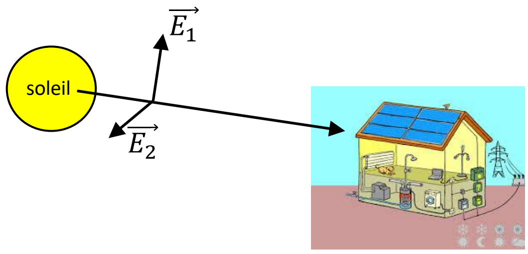
$$\vec{E} = E_0 expj(\omega t - kx)\overrightarrow{u_y}$$

On note $\varepsilon_0$ la permittivité diélectrique et $\mu_0$ la perméabilité magnétique du vide. $E_0, \omega$ et $k$ sont des constantes réelles positives.

1) Donner l'expression du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ et de son intensité $B_0$.
2) Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{\pi}$.
3) Exprimer la valeur moyenne temporelle $< \vec{\pi} >$ de ce vecteur en fonction de $E_0, c$ et $\mu_0$
4) Le laser, de puissance moyenne $< P >= 400W$ , émet dans un faisceau cylindrique de 4mm de diamètre. Quelle est l'amplitude du champ électrique associé ?

## Activité 2 : problème de physique

La lumière émise par le soleil peut être vue comme formée de deux ondes planes progressives harmoniques polarisées rectilignement (associées respectivement aux champs électriques $\vec{E_1}$ et $\vec{E_2}$) :

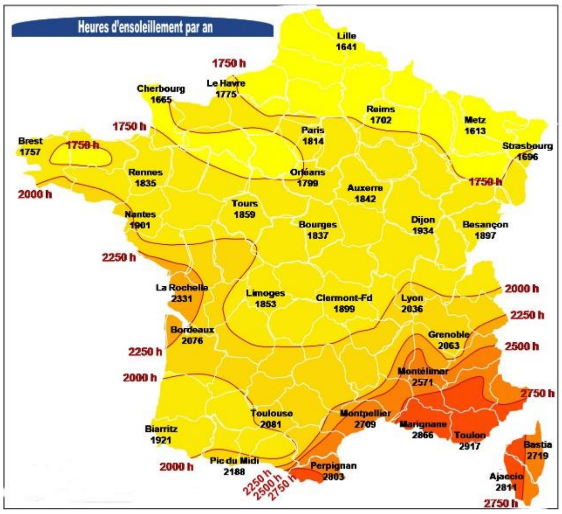



L'amplitude du champ électrique de ces deux ondes est d'environ 1000V/m en période d'ensoleillement. Des panneaux solaires, dont le rendement est de 20%, sont installés sur une maison.

On donne les renseignements suivants :

Consommation moyenne d'électricité des ménages selon différents profils

| Logement | Chauffage et eau chaude | Consommation moyenne d'électricité |
|---|---|---|
| Studio de 30m2 | Electrique | 4350 kWh/an |
| Studio de 30m2 | Autre | 970 kWh/an |
| Appartement 3 pièces de 70m2 | Electrique | 13000 kWh/an |
| Appartement 3 pièces de 70m2 | Autre | 1800 kWh/an |
| Maison de 150m2 | Electrique | 23500 kWh/an |
| Maison de 150m2 | Autre | 2800 kWh/an |

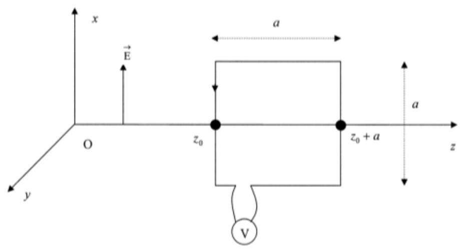



Estimer la surface $S$ occupée par les panneaux solaires permettant d'assurer la consommation d'énergie d'une famille habitant une maison.

## Activité 3 : Réception d'une OEM par une antenne cadre

Soit une OPPH donnée par : $\vec{E} = E_0 \exp{(j(\omega t - kz)}\overrightarrow{u_x}$.

On modélise une antenne par un cadre carré dont les côtés sont de longueur $a$ (le centre du cadre est à l'abscisse $z_0 + a/2$).

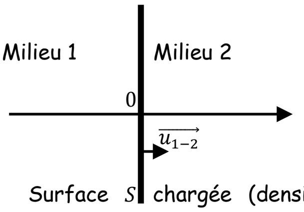



1) Expliquer l'origine de la tension observée à l'aide du voltmètre.
2) Justifier, qualitativement, qu'il existe des pulsations $\omega$ pour lesquelles la tension est mesurée est nulle.
3) Toujours qualitativement, préciser les valeurs de $\omega$ pour lesquelles la tension mesurée présente un maximum.
4) Montrer que la tension $e$ mesurée est donnée par : $e = 2aE_0 \sin\left(\omega t - k\left(z_0 + \frac{a}{2}\right)\right) sin\left(\frac{ka}{2}\right)$.

   Retrouver les résultats qualitatifs des questions précédentes.
5) Ce type d'antenne est utilisée dans le cas de fréquences « basses » inférieures à 1MHz. Reprendre le calcul précédent sachant que le cadre mesure quelques centimètres.

Réflexion des OEM sur conducteur métallique

Dans toute la suite, et conformément au programme, on admettra les relations de passage des champs à l'interface d'une nappe de charges et de courant surfacique :




Surface $S$ chargée (densité $\sigma$) et/ou siège d'un courant surfacique (vecteur densité de courant $\overrightarrow{J_s}$ ($[j_s] = [A.m^{-1}]$)

On a une discontinuité de la composante normale à $S$ du champ électrique :

$$\Delta\vec{E} = \overrightarrow{E_2}(0,t) - \overrightarrow{E_1}(0,t) = \Delta\overrightarrow{E_\perp} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\overrightarrow{u_z} \text{ soit } \Delta\overrightarrow{E_\parallel} = \vec{0}$$

On a une discontinuité de la composante tangentielle à $S$ du champ magnétique :

$$\Delta\vec{B} = \overrightarrow{B_2}(0,t) - \overrightarrow{B_1}(0,t) = \Delta\overrightarrow{B_\parallel} = \mu_0\overrightarrow{J_s} \wedge \overrightarrow{u_{1-2}} \text{ soit } \Delta\overrightarrow{B_\perp} = \vec{0}$$

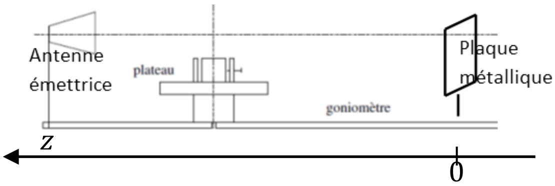
## Activité 4 : Energie dissipée par effet Joule dans un conducteur

Dans un conducteur métallique les électrons libres (charge $-e$, de masse $m$) de densité volumique $n$ ont une vitesse d'ensemble $\vec{v}$ par rapport au réseau cristallin et sont soumis de la part de ce dernier à « une force de frottement » en $-\frac{m\vec{v}}{\tau}$.

1) Donner l'origine de cette force et interpréter $\tau$.
2) Le métal est mis en régime sinusoïdal forcé sous l'action d'un champ électrique, qui localement est décrit par $\underline{\vec{E}} = \overrightarrow{E_0}\exp(i\omega t)$. Etablir la loi d'Ohm locale (reliant le vecteur densité de courant volumique au champ électrique) $\underline{\vec{j}} = \underline{\gamma}\underline{\vec{E}}$ et exprimer la conductivité complexe $\underline{\gamma}$ en fonction de $\gamma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$ et de $\omega\tau$
3) Exprimer la puissance volumique moyenne $< p_v >$ dans les cas $\omega\tau \ll 1$ et $\omega\tau \gg 1$. Interpréter.

## Activité 5 : Réflexion sous incidence normale

On considère un conducteur parfait, plan en $z = 0$ et une onde électromagnétique incidente émise par une antenne et se propageant dans un milieu assimilé à du vide.




Le champ électrique $\overrightarrow{\underline{E_i}}$ de cette onde incidente arrivant en incidence normale sur le conducteur est donné par :

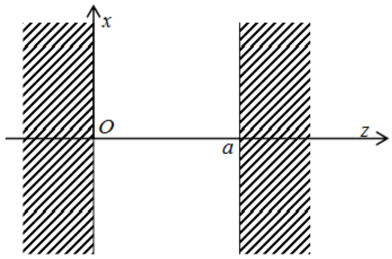
$$\overrightarrow{\underline{E_i}} = E_0 exp i(\omega t + kz)\overrightarrow{u_x}$$

On admettra que le champ électrique transmis $\overrightarrow{\underline{E_t}}$ est nulle en tout point à l'intérieur du conducteur. On écrit l'onde réfléchie telle que $\overrightarrow{\underline{E_r}} = \underline{E_{0,r}} exp i(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$

1) En utilisant la relation de passage relative au champ électrique, justifier que $\underline{E_{0,r}} = -E_0$
2) Montrer qu'il s'établit des ondes stationnaires pour le champ électrique total pour les $z > 0$.
3) Vous avez à disposition une antenne de réception permettant de mesurer l'intensité du champ électrique. Proposer puis réaliser un protocole permettant de mesurer la longueur d'onde de cette onde électromagnétique.

## Activité 6 : Cavité résonante-application aux lasers

On dispose dans le vide deux plans *parfaitement* conducteurs, parallèles, d'équations respectives $z = 0$ et $z = a$.




On se propose d'étudier une onde électromagnétique plane entre ces deux plans représentés par le champ électrique suivant : $\vec{E}(z,t) = E_0(z)\cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$.

1) Obtenir l'équation de propagation de ce champ entre les deux conducteurs et montrer que $E_0(z)$ doit vérifier l'équation $\frac{d^2E_0(z)}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_0(z) = 0$.
2) Définir un conducteur parfait. Qu'implique ce modèle sur les champs électromagnétiques ?
3) En déduire alors l'expression de $E_0(z)$ en tenant compte des conditions aux limites imposées par les conducteurs. Interpréter la solution obtenue.

On suppose maintenant qu'une source d'OEM est située en $0^+$. En ce point le champ électrique est $\vec{E}(z = 0^+, t) = E_0\cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$ . Pour ce régime forcé on cherche une solution de la forme $\vec{E}(z,t) = A\sin(kz+\varphi)\cos(\omega t+\psi)\overrightarrow{u_x}$ où $A, \varphi$ et $\psi$ sont des constantes à déterminer.

4) Montrer que :
$$\vec{E}(z,t) = -\frac{E_0}{\sin(ka)}\sin\big(k(z-a)\big)\cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$$
5) En déduire l'existence d'une possible situation résonante.
6) Un laser possède une cavité tout à fait analogue à celle qui vient d'être étudiée. Les photons émis sont associés à une largeur spectrale $\Delta\nu \approx 1GHz$ et la cavité est $L = 50cm$. Combien de modes pourrons nous observer ?

## Activité 7 : la guitare

Vous avez à disposition :

- Une guitare
- Un GBF, un ampli de puissance et un haut-parleur.

Déterminer avec ce matériel la vitesse de propagation de l'onde mécanique sur une des cordes.

## Activité 8 : Réflexion sur un conducteur réel

On considère la propagation d'une onde électromagnétique du spectre visible dans un conducteur réel pour lequel la conductivité $\gamma \approx 10^8 S/m$ sera considérée comme constante et réelle. Le conducteur occupe le demi-espace $z > 0$. On donne la constante diélectrique du vide $\varepsilon_0 \approx 10^{-11} F/m$.

1) A l'aide de l'équation de Maxwell-Gauss et de l'équation de conservation de la charge, montrer qu'une accumulation de charge en volume au sein d'un conducteur n'est observable que très « brièvement ».

Dans la suite, nous pourrons considérer le milieu conducteur comme électriquement neutre.

2) Ecrire l'équation de Maxwell-Ampère et montrer que le courant de déplacement est négligeable dans nos conditions de travail.
3) Montrer alors que l'équation de propagation du champ électrique dans le conducteur est du type $\Delta\vec{E} = \mu_0\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$. Montrer que le champ magnétique vérifie le même type d'équation.
4) On considère la propagation d'un champ électrique de la forme $\underline{\vec{E}} = E_0\exp\left(i(\omega t - \underline{k}z\right)\overrightarrow{u_x}$ avec $\underline{k}$ a priori complexe pour traduire l'absorption de l'onde.
   a) Montrer que $\underline{k} = \frac{1-i}{\delta}$ où l'on précisera l'expression de $\delta$ en fonction des données du sujet.
   b) Montrer que le champ électrique est une onde amortie sur une distance caractéristique que l'on précisera.
   c) Donner l'expression du champ magnétique associé.
   d) En déduire l'expression du vecteur de Poynting moyen. Calculer la distance caractéristique de pénétration de l'énergie.