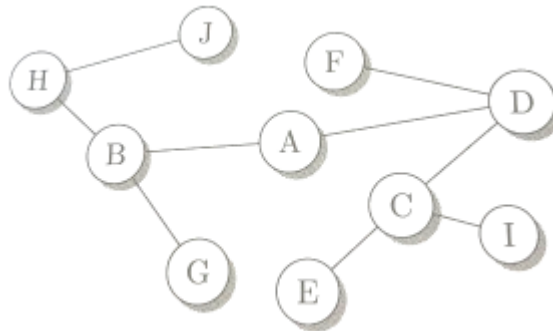


TD 15 : Parcours des graphes

Exercice 1 : Parcours en largeur et en profondeur

On considère le graphe ci-dessous :



Expliciter comment on parcourt ce graphe à partir du sommet initial A avec:

- un parcours en largeur (utilisant des files)
- un parcours en profondeur (utilisant des piles). On supposera que les listes d'adjacences associées à ce graphe classent les sommets dans l'ordre alphabétique :

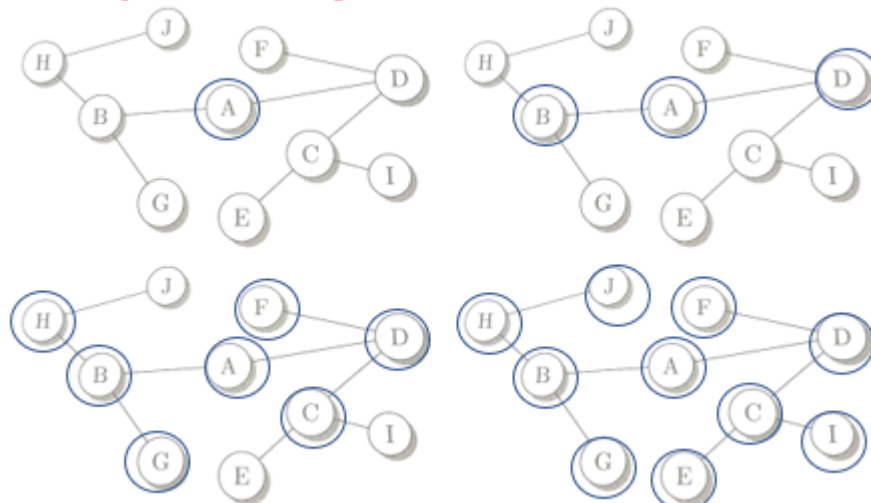
In [5]:

```

1 g={"A":["B","D"],
2   "B":["G","H"],
3   "C":["D","E","I"],
4   "D":["A","C","F"],
5   "E":["C"],
6   "F":["D"],
7   "G":["B"],
8   "H":["B","J"],
9   "I":["C"],
10  "J":["H"]}

```

Avec un parcours en largeur :



La file attente évolue de la manière suivante :

[A], [B, D], [D, G, H], [G, H, C, F], [H, C, F], [C, F, J], [F, J, E, I], [J, E, I], [E, I], [I], []

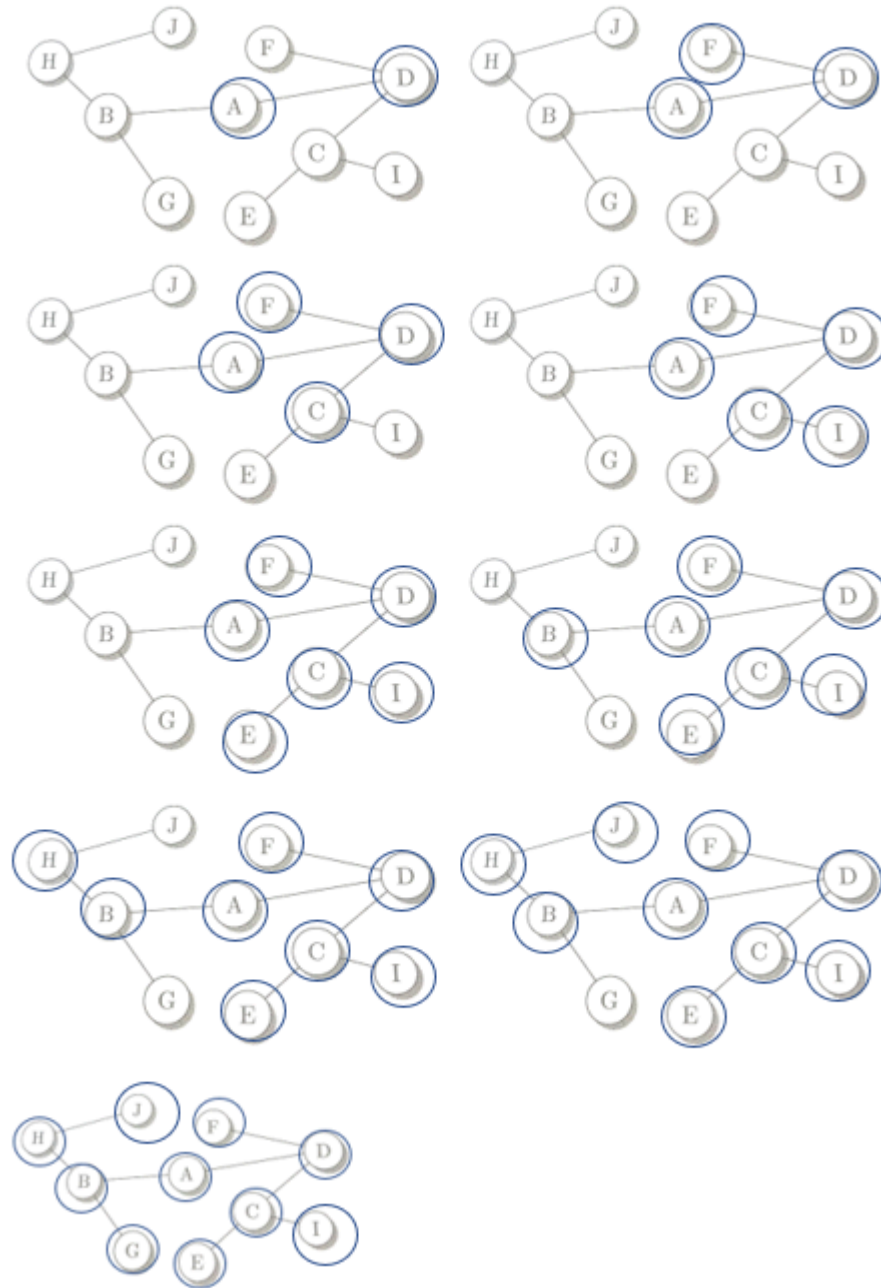
Et visite est :

[A, B, D, G, H, C, F, J, E, I]

```
In [6]: 1 from collections import deque
2 def pl_iteratif(g, sommet):
3     visite=[]
4     attente=deque([sommet])
5     while len(attente)!=0:
6         sommet=attente.popleft()
7         if sommet not in visite :
8             visite.append(sommet)
9             for s in g[sommet]:
10                if s not in visite :
11                    attente.append(s)
12     return visite
13 pl_iteratif(g, "A")
```

```
Out[6]: ['A', 'B', 'D', 'G', 'H', 'C', 'F', 'J', 'E', 'I']
```

Avec un parcours en profondeur :



La pile attende évolue de la manière suivante :

[A], [B, D], [B, C, F], [B, C], [B, E, I], [B, E], [B], [G, H], [G, J], [G], []

Et visite est :

[A, D, F, C, I, E, B, H, J, G]

```
In [8]: 1 from collections import deque
2 def pp_iteratif(g,sommet):
3     """g : dictionnaire des listes d'adjacence
4     sommet : sommet de départ"""
5     visite=[]#aucun sommet encore rencontré
6     attente=deque([sommet])#initialisation
7     while len(attente) !=0 :
8         print(attente,visite)
9         sommet=attente.pop()#le sommet visité est le dernier de la
10        if sommet not in visite :
11            visite.append(sommet)
12            for s in g[sommet]:
13                if s not in visite :
14                    attente.append(s)
15        return visite
```

```
In [9]: 1 pp_iteratif(g,"A")
```

```
deque(['A']) []
deque(['B', 'D']) ['A']
deque(['B', 'C', 'F']) ['A', 'D']
deque(['B', 'C']) ['A', 'D', 'F']
deque(['B', 'E', 'I']) ['A', 'D', 'F', 'C']
deque(['B', 'E']) ['A', 'D', 'F', 'C', 'I']
deque(['B']) ['A', 'D', 'F', 'C', 'I', 'E']
deque(['G', 'H']) ['A', 'D', 'F', 'C', 'I', 'E', 'B']
deque(['G', 'J']) ['A', 'D', 'F', 'C', 'I', 'E', 'B', 'H']
deque(['G']) ['A', 'D', 'F', 'C', 'I', 'E', 'B', 'H', 'J']
```

```
Out[9]: ['A', 'D', 'F', 'C', 'I', 'E', 'B', 'H', 'J', 'G']
```

Exercice 2 : Parcours en profondeur

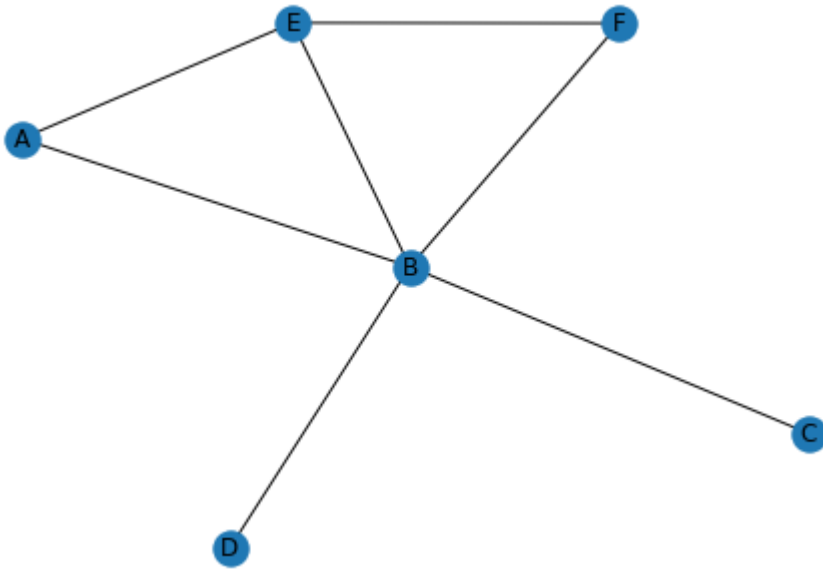
1) Proposer une fonction `pp_it(g,s)` réalisant le parcours en profondeur itératif d'un graphe associé à un dictionnaire `g` des listes d'adjacence à partir d'un sommet `s`, on utilise une pile pour placer les sommets en attente. Cette fonction renvoie la liste de tous les sommets accessibles depuis `s`.

2) Donner l'état de la pile `attente` et de la liste `visite` à chaque itération en partant du sommet `A`.

3) Reprendre les mêmes questions avec une programmation récursive. La fonction `pp_rec(g,attente,visite)` prend en argument le dictionnaire des listes d'adjacence `g`, une pile `attente` (contenant au premier appel le sommet `s` de départ) et une liste `visite` (initialement vide).

On considère la graphe suivant :

```
In [10]: 1 g={"A":["B","E"],
2       "B":["A","C","D","E","F"],
3       "C":["B"],
4       "D":["B"],
5       "E":["A","B","F"],
6       "F":["B","E"]}
7 import networkx as nx
8 import matplotlib.pyplot as plt
9
10 G=nx.Graph(g)
11
12 # Tracé
13 plt.figure()
14 nx.draw(G, with_labels=True)
15 plt.show()
```



```
In [11]: 1 def pp_it(g, sommet):
2         visite=[]
3         attente=deque([sommet])
4         while len(attente)!=0:
5             print(attente)
6             print(visite)
7             sommet=attente.pop()
8             if sommet not in visite:
9                 visite.append(sommet)
10            for s in g[sommet]:
11                if s not in visite:
12                    attente.append(s)
13            return visite
14 pp_it(g, "A")
```

```
deque(['A'])
[]
deque(['B', 'E'])
['A']
deque(['B', 'B', 'F'])
['A', 'E']
deque(['B', 'B', 'B'])
['A', 'E', 'F']
deque(['B', 'B', 'C', 'D'])
['A', 'E', 'F', 'B']
deque(['B', 'B', 'C'])
['A', 'E', 'F', 'B', 'D']
deque(['B', 'B'])
['A', 'E', 'F', 'B', 'D', 'C']
deque(['B'])
['A', 'E', 'F', 'B', 'D', 'C']
```

Out[11]: ['A', 'E', 'F', 'B', 'D', 'C']

On a donc visite = [A], [A, E], [A, E, F], [A, E, F, B], [A, E, F, B, D], [A, E, F, B, D, C]

attente = [A][B, E], [B, B, F], [B, B, B], [B, B, C, D], [B, B, C], [B, B], [B], []

```
In [21]: 1 def pp_rec(g, attente, visite):
2         if len(attente)==0:
3             return visite
4         else :
5             sommet=attente.pop()
6             if sommet not in visite :
7                 visite.append(sommet)
8                 for s in g[sommet]:
9                     if s not in visite :
10                        attente.append(s)
11            return pp_rec(g, attente, visite)
```

```
In [22]: 1 pp_rec(g, deque(["A"]), [])
```

Out[22]: ['A', 'E', 'F', 'B', 'D', 'C']

Le parcours du graphe est tout à fait analogue. A chaque appel, on stocke les prochains voisins et on dépile les même sommets

Exercice 3 : Parcours en largeur

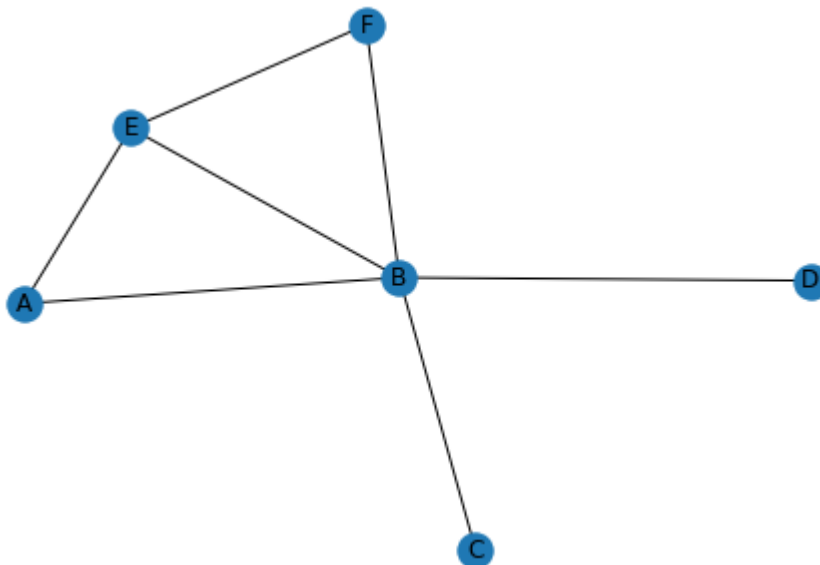
1) Proposer une fonction `pl_it(g,s)` réalisant le parcours en largeur itératif d'un graphe associé à un dictionnaire `g` des listes d'adjacence à partir d'un sommet `s`, on utilise une file pour placer les sommets en attente. Cette fonction renvoie la liste de tous les sommets accessibles depuis `s`.

2) Donner l'état de la file attente et de la liste visite à chaque itération.

3) Reprendre les mêmes questions avec une programmation récursive. La fonction `pl_rec(g,attente,visite)` prend en argument le dictionnaire des listes d'adjacence `g`, une file `attente` (contenant au premier appel le sommet `s` de départ) et une liste `visite` (initialement vide).

On considère la graphe suivant :

```
In [23]: 1 g={"A":["B","E"],
2       "B":["A","C","D","E","F"],
3       "C":["B"],
4       "D":["B"],
5       "E":["A","B","F"],
6       "F":["B","E"]}
7 import networkx as nx
8 import matplotlib.pyplot as plt
9
10 G=nx.Graph(g)
11
12 # Tracé
13 plt.figure()
14 nx.draw(G, with_labels=True)
15 plt.show()
```



```
In [29]: 1 def pl_it(g, sommet):
2         visite=[]
3         attente=deque([sommet])
4         while len(attente)!=0:
5             print(attente)
6             sommet=attente.popleft()
7             if sommet not in visite:
8                 visite.append(sommet)
9                 for s in g[sommet]:
10                    if s not in visite :
11                        attente.append(s)
12         return visite
```

```
In [30]: 1 pl_it(g, "A")
```

```
deque(['A'])
deque(['B', 'E'])
deque(['E', 'C', 'D', 'E', 'F'])
deque(['C', 'D', 'E', 'F', 'F'])
deque(['D', 'E', 'F', 'F'])
deque(['E', 'F', 'F'])
deque(['F', 'F'])
deque(['F'])
```

```
Out[30]: ['A', 'B', 'E', 'C', 'D', 'F']
```

On a donc visite = [A], [A, B], [A, B, E], [A, B, E, C], [A, B, E, C, D], [A, B, E, C, D, F]

attente = [A][B, E], [E, C, D, E, F], [C, D, E, F, F], [D, E, F, F], [E, F, F], [F, F], [F], [

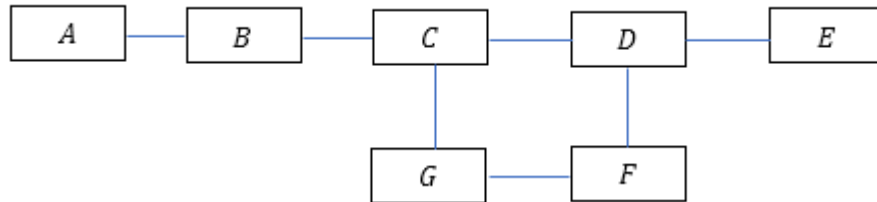
```
In [33]: 1 def pl_rec(g, attente, visite):
2         if len(attente)==0:
3             return visite
4         else :
5             sommet=attente.popleft()
6             if sommet not in visite :
7                 visite.append(sommet)
8                 for s in g[sommet]:
9                     if s not in visite :
10                        attente.append(s)
11             return pl_rec(g, attente, visite)
```

```
In [34]: 1 pl_rec(g, deque(["A"]), [])
```

```
Out[34]: ['A', 'B', 'E', 'C', 'D', 'F']
```

Exercice 4 : Détermination de la présence d'un cycle dans un graphe

Une molécule peut être décrite comme un graphe, les atomes jouant le rôle de sommets et les liaisons jouant le rôle d'arrêtes. Certaines molécules présentent des cycles d'atomes. On souhaite étudier un algorithme permettant de repérer la présence de cycles dans un graphe non orienté et non pondéré. Le graphe étudié est :



1) Créer « manuellement » sur python le dictionnaire des listes d'adjacence du graphe ci-dessus.

On donne le programme ci-dessous :

```
In [35]: 1 def cycle(g, sommet):
2         """g est un dictionnaire des listes d'adjacence du graphe
3         sommet est le sommet de départ"""
4         niveaux={s:None for s in g}
5         niveaux[sommet]=0
6         file=deque()
7         file.append(sommet)
8         while len(file)>0:
9             sommet=file.popleft()
10            for s in g[sommet]:
11                if niveaux[s]==None:
12                    niveaux[s]=niveaux[sommet]+1
13                    file.append(s)
14                elif niveaux[s]>=niveaux[sommet]:
15                    return True
16            return False
17
```

2) En utilisant le graphe ci-dessus, expliquer le principe de détection d'un cycle dans un graphe du programme proposé.

3) Proposer un algorithme de recherche d'un cycle basé sur un parcours en profondeur.

```

In [59]: 1 from collections import deque
2 g={"A":["B"],
3     "B":["A","C"],
4     "C":["B","D","G"],
5     "D":["C","E","F"],
6     "E":["D"],
7     "F":["D","G"],
8     "G":["C","F"]}
9
10 def cycle(g,sommet):
11     """g est un dictionnaire des listes d'adjacence du graphe
12     sommet est le sommet de départ"""
13     niveaux={s:None for s in g}# on a la valeur None affecté à chaq
14     niveaux[sommet]=0#le le sommet est inidqué comme visité avec 0
15     file=deque()#file vide file jous le rôle de file d'attente
16     file.append(sommet)
17     while len(file)>0:
18         sommet=file.popleft()#=> parcours en largeur,
19         for s in g[sommet]:
20             if niveaux[s]==None:
21                 niveaux[s]=niveaux[sommet]+1#on ajoute +1 au niveau
22                 file.append(s)# on ajoute ces sommets pour les test
23             elif niveaux[s]>=niveaux[sommet]:# si le sommet voisin
24                 return True
25     return False
26 cycle(g,"A")

```

Out [59]: True

niveau = {A : None, B:None....}

file =[A], niveau {A:0, B:1, C: None....}

file =[B], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:None....}

file =[C], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:3, G:3....}

file =[D,G], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:3, G:3, E=4,F=4}#tous les sommets sont vus!

file =[G,E,F], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:3, G:3, E=4,F=4}#on compare niveau[G]=3 à niveau[C]=2 => cycle !

```
In [60]: 1 #pour un parcours en profondeur
2 def cycle_profondeur(g, sommet):
3     """g est un dictionnaire des listes d'adjacence du graphe
4     sommet est le sommet de départ"""
5     niveaux={s:None for s in g}
6     niveaux[sommet]=0
7     pile=deque()
8     pile.append(sommet)
9     while len(pile)>0:
10        sommet=pile.pop()
11        for s in g[sommet]:
12            if niveaux[s]==None:
13                niveaux[s]=niveaux[sommet]+1
14                pile.append(s)
15            elif niveaux[s]>=niveaux[sommet]:
16                return True
17        return False
18 cycle_profondeur(g, "A")
```

Out[60]: True

niveau = {A : None, B:None....}

file =[A], niveau {A:0, B:1, C: None....}

file =[B], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:None....}

file =[C], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:3, G:3....}

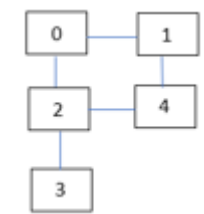
file =[D,G], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:3, G:3, F:4}#tous les sommets sont vus!

file =[G,F], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:3, G:3, F=4}

file =[G], niveau {A:0, B:1, C: 2, D:3, G:3, F=4}#niveau[F]>niveau[G]

Exercice 5 : Parcours en profondeur d'une matrice d'adjacence avec numpy

On considère le graphe non orienté et non pondéré ci-contre pour lequel les sommets sont notés 0,1,2,3,4. A l'aide du module numpy on créer la matrice d'adjacence :



```
In [13]: 1 """on déclare les sommets"""
2 S = [k for k in range(0,5)]
3 """on déclare les arêtes"""
4 A= [[0,1],[0,2],[1,4],[2,4],[2,3]]
5
```

1) Obtenir l'expression de la matrice M des listes d'adjacence à l'aide d'une fonction prenant pour argument S et A et utilisant les tableaux numpy.

2) En vous inspirant des algorithmes du cours, proposer un programme permettant d'effectuer :

- Un parcours en profondeur (récursif ou itératif)
- Un parcours en largeur (récursif ou itératif)

Ces programmes permettront d'avoir la liste des sommets accessible depuis un sommet de départ donné.

3) Proposer un programme permettant de savoir si un graphe est connexe.

```
In [14]: 1 import numpy as np
2 def matrice(S,A):
3     n=len(S)
4     M=np.zeros((n,n))
5     for i in range(len(A)) :
6         deb,fin=A[i][0],A[i][1]
7         M[deb][fin]=M[fin][deb]=1
8     return M
9 matrice(S,A)
```

```
Out[14]: array([[0., 1., 1., 0., 0.],
 [1., 0., 0., 0., 1.],
 [1., 0., 0., 1., 1.],
 [0., 0., 1., 0., 0.],
 [0., 1., 1., 0., 0.]])
```



```

In [16]: 1 m=matrice(S,A)
2 from collections import deque
3 def profondeur_it(m,depart):
4     visite=[]
5     attente=deque([])
6     attente.append(depart)
7     while len(attente)!=0:
8         sommet=attente.pop()
9         if sommet not in visite:
10            visite.append(sommet)
11            for voisin in range(len(m)):
12                if m[sommet][voisin]==1 and voisin not in visite :
13                    attente.append(voisin)
14            return visite
15 print(profondeur_it(m,0))
16
17 def largeur_it(m,depart):
18     visite=[]
19     attente=deque([])
20     attente.append(depart)
21     while len(attente)!=0:
22         sommet=attente.popleft()
23         if sommet not in visite:
24             visite.append(sommet)
25             for voisin in range(len(m)):
26                 if m[sommet][voisin]==1 and voisin not in visite :
27                     attente.append(voisin)
28             return visite
29 print(largeur_it(m,0))
30
31
32 def profondeur_rec(m,visite,attente):
33     if len(attente)==0:
34         return visite
35     else :
36         sommet=attente.pop()
37         if sommet not in visite :
38             visite.append(sommet)
39             for voisin in range(len(m)):
40                 if m[sommet][voisin]==1 and voisin not in visite :
41                     attente.append(voisin)
42             return profondeur_rec(m,visite,attente)
43 print(profondeur_rec(m,[],deque([0])))
44
45 def largeur_rec(m,visite,attente):
46     if len(attente)==0:
47         return visite
48     else :
49         sommet=attente.popleft()
50         if sommet not in visite :
51             visite.append(sommet)
52             for voisin in range(len(m)):
53                 if m[sommet][voisin]==1 and voisin not in visite :
54                     attente.append(voisin)
55             return largeur_rec(m,visite,attente)
56 print(largeur_rec(m,[],deque([0])))
57
58 def connexe(m):
59     n=len(m)
60     for i in range(n):
61         if len(largeur_it(m,i))!=n:

```

```

62         return False
63     return True
64
65     connexe (m)

```

```
[0, 2, 4, 1, 3]
```

```
[0, 1, 2, 4, 3]
```

```
[0, 2, 4, 1, 3]
```

```
[0, 1, 2, 4, 3]
```

Out[16]: True

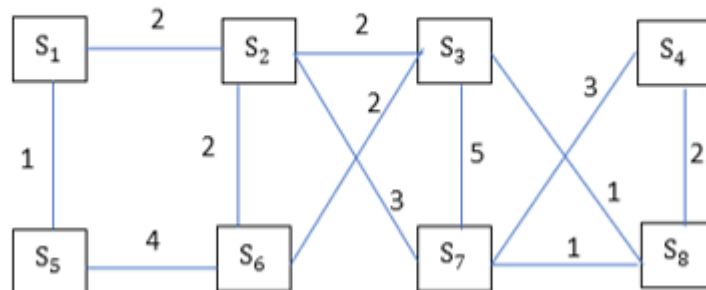
Exercice 6 : Principe de l'algorithme de Dijkstra

Il s'agit d'un algorithme qui fait le choix localement optimal du plus court chemin pour atteindre chaque sommet d'un graphe pondéré depuis un sommet de départ S_1 . A la fin, ce programme fournit les meilleurs chemins pour relier n'importe quel sommet S_i au sommet de départ S_1 :

- On part donc du sommet initial S_1 et on analyse ses premiers voisins en mesurant leur distance depuis S_1
- Pour chaque voisin, on crée un couple (sommets, distance) que l'on met dans une file de priorité et qui place en premier le sommet S_i le plus proche de S_1
- Ce couple est alors choisi (c'est le chemin optimal $S_1 S_i$, les autres chemins menant à S_i sont plus longs et ignorés)
- On ajoute à la file, les sommets atteignables depuis S_i . Les distances sont calculées depuis S_1
- Et on défile la file de priorité en retenant le sommet suivant le plus proche de S_1

Donner l'évolution de la file de priorité lors du parcours du graphe ci-dessous :

$(S_1, 0), (S_2, \infty), (S_3, \infty), (S_4, \infty), (S_5, \infty), (S_6, \infty), (S_7, \infty), (S_8, \infty)$



file = [(S1,0)] # S1 est choisit

file = [(S1S5,1),(S1S2,2)] # S1S5 est choisit, distance 1

file = [(S1S2,2),(S1S5S6,5)] # S1S2 est choisit, distance

file = [(S1S2S6,4),(S1S2S3,4),(S1S2S7,5),(S1S5S6,5)] #on choisit S1S2S6, distance 4

file = [(S1S2S3,4),(S1S2S7,5),(S1S2S6S3,6)]#on choisit S1S2S3, distance 4

file = [(S1S2S7,5),(S1S2S3S8,5),(S1S2S3S7,7)]#onchoisit S1S2S7, distance 5

file = [(S1S2S3S8,5),(S1S2S7S8,6),(S1S2S7S4,8)]#onchoisit S1S2S3S8S8, distance 5

file = [(S1S2S3S8S4,7)(S1S2S7S4,8)]#onchoisit S1S2S3S8S4, distance 7

Exercice 7 : Implémentation de l'algorithme de Dijkstra

L'implémentation de la file de priorité se faite avec la fonction *queue* de la librairie *PriorityQueue*

```
In [ ]: 1 from queue import PriorityQueue
2 #on rappelle les éléments suivants concernant les files de priorité
3 file_priorite=PriorityQueue() #initialisation
4 file_priorite.put((valeur,nom)) #remplissage avec le 1e argument qui
5 print(file_priorite.empty()) #renvoie True si vide
6 valeur,nom=file_priorite.get() #par défaut renvoie le couple associé
```

```
In [2]: 1 from queue import PriorityQueue
2 def dijkstra(g,sommet):
3     """g est le dictionnaire des listes d'adjacence
4     sommet est le sommet à visiter (initialisé sur le sommet de dép
5     en prenant une file de priorité, on assure le schéma de dijkst
6     visite={} #initialisation d'un dictionnaire cle = sommet, valeur
7     attente=PriorityQueue() #file de priorité
8     attente.put((0,sommet)) #on ajoute (distance,sommet)
9     while not attente.empty() :#si file non vide
10        valeur,sommet=attente.get() #on enlève le couple avec la plu
11        if sommet not in visite :
12            visite[sommet]=valeur
13            for s,v in g[sommet] :
14                if s not in visite :
15                    attente.put((valeur+v,s)) #on ajoute les « infos
16        return visite
```

On reprend l'exemple de l'exercice précédent :

```
In [7]: 1 g={"S1": [("S2",2), ("S5",1)],
2     "S2": [("S1",2), ("S3",2), ("S6",2), ("S7",3)],
3     "S3": [("S2",2), ("S6",2), ("S7",5), ("S8",1)],
4     "S4": [("S7",3), ("S8",2)],
5     "S5": [("S1",1), ("S6",4)],
6     "S6": [("S2",2), ("S5",4), ("S3",2)],
7     "S7": [("S2",3), ("S3",5), ("S4",3), ("S8",1)],
8     "S8": [("S3",1), ("S4",2), ("S7",1)]}
```

1) Prévoir l'évolution du dictionnaire *visite* à chaque itération après l'appel `dijkstra(g,"S1")`

`visite ={"S1":0}`

`visite ={"S1":0,"S5":1}`

`visite ={"S1":0,"S5":1,"S2":2}`

`visite ={"S1":0,"S5":1,"S2":2,"S6":4}`

`visite ={"S1":0,"S5":1,"S2":2,"S6":4,"S3":4}`


```
visite ={"S1":0,"S5":1,"S2":2,"S6":4,"S3":4,"S7":5}
```

```
visite ={"S1":0,"S5":1,"S2":2,"S6":4,"S3":4,"S7":5,"S8":5}
```

```
visite ={"S1":0,"S5":1,"S2":2,"S6":4,"S3":4,"S7":5,"S8":5,"S4":7}
```

2) Modifier le programme précédent afin d'obtenir, pour chaque sommet, la longueur ainsi que les sommets par lesquels il faut passer pour assurer un chemin optimal

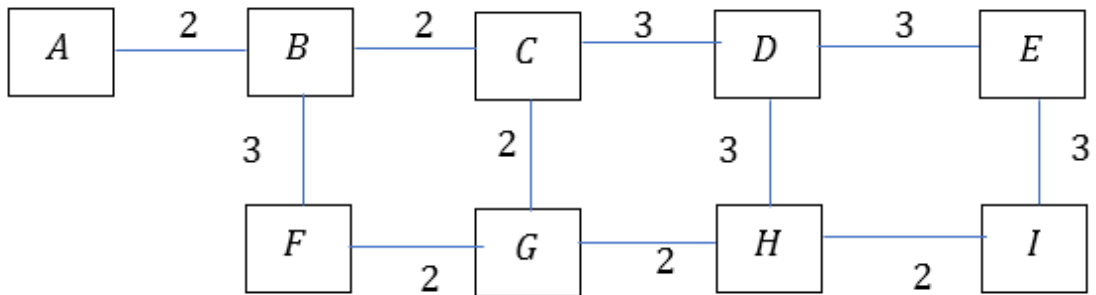
```
In [10]: 1 def dijkstra(g, sommet):
2         """g est le dictionnaire des listes d'adjacence
3         sommet est le sommet à visiter (initialisé sur le sommet de départ
4         en prenant une file de priorité, on assure le schéma de dijkstra
5         visite={}#initialisation d'un dictionnaire cle = sommet, valeur
6         attente=PriorityQueue()#file de priorité
7         chemin=sommet
8         attente.put((0,sommet,chemin))#on ajoute (distance,sommet,chemin)
9         while not attente.empty() :#si file non vide
10          valeur,sommet,chemin=attente.get()
11          if sommet not in visite :
12              visite[sommet]=(chemin,valeur)
13              for s,v in g[sommet] :
14                  if s not in visite :
15                      attente.put((valeur+v,s,chemin+s))#on ajoute le
16          return visite
17 dijkstra(g,"S1")
```

```
Out[10]: {'S1': ('S1', 0),
'S5': ('S1S5', 1),
'S2': ('S1S2', 2),
'S3': ('S1S2S3', 4),
'S6': ('S1S2S6', 4),
'S7': ('S1S2S7', 5),
'S8': ('S1S2S3S8', 5),
'S4': ('S1S2S3S8S4', 7)}
```

Exercice 8 : Métro c'est trop

Vous avez à disposition des données sur un métro :

- Les sommets, représentés ici par des lettres, correspondent aux noms de stations
- Les valeurs sur les arrêtes correspondent aux temps de trajet nécessaire entre les sommets associés



On donne le dictionnaire associé à ce graphe

```

In [14]: 1 from queue import PriorityQueue
2 g={"A": [("B", 2)],
3     "B": [("A", 2), ("C", 2), ("F", 3)],
4     "C": [("B", 2), ("D", 3), ("G", 2)],
5     "D": [("C", 3), ("E", 3), ("H", 3)],
6     "E": [("D", 3), ("I", 3)],
7     "F": [("B", 3), ("G", 2)],
8     "G": [("C", 2), ("F", 2), ("H", 2)],
9     "H": [("G", 2), ("I", 2), ("D", 3)],
10    "I": [("H", 2), ("E", 2)]}
  
```

Adapter le programme de Dijkstra (qui calcule depuis A le meilleur parcours pour toutes les stations) de l'exercice précédent de manière à pouvoir obtenir le parcours à suivre entre une station de départ `dep` et une station d'arrivée `der`. Cette fonction prend en argument `g,dep,der`

```

In [31]: 1 from collections import deque
2 from queue import PriorityQueue
3
4 def metro(g,depart):
5     visite={}
6     attente=PriorityQueue()
7     chemin=depart#initialisation
8     station=depart
9     temps=0
10    attente.put((temps,station,chemin))
11    while not attente.empty():
12        temps,station,chemin=attente.get()
13        if station not in visite:
14            visite[station]=[chemin,temps]
15            for s,t in g[station]:
16                if s not in visite:
17                    attente.put((temps + t, s, chemin+s))
18    return visite
  
```

```
In [32]: 1 metro(g, "A")
```

```
Out[32]: {'A': ['A', 0],  
'B': ['AB', 2],  
'C': ['ABC', 4],  
'F': ['ABF', 5],  
'G': ['ABCG', 6],  
'D': ['ABCD', 7],  
'H': ['ABCGH', 8],  
'E': ['ABCDE', 10],  
'I': ['ABCGHI', 10]}
```

```
In [38]: 1 from collections import deque  
2 from queue import PriorityQueue  
3  
4 def metro2(g,depart,fin):  
5     visite={}  
6     attente=PriorityQueue()  
7     chemin=depart#initialisation  
8     station=depart  
9     temps=0  
10    attente.put((temps,station,chemin))  
11    while not attente.empty():  
12        temps,station,chemin=attente.get()  
13        if station not in visite:  
14            visite[station]=[chemin,temps]  
15            if station==fin:  
16                return visite[fin]  
17            for s,t in g[station]:  
18                if s not in visite:  
19                    attente.put((temps + t, s, chemin+s))  
20    return print("la station n'est pas accessible")
```

```
In [39]: 1 metro2(g, "A", "I")
```

```
Out[39]: ['ABCGHI', 10]
```

```
In [ ]: 1
```