	Notation complexe (transformée cissoïdale)	Transformée de Laplace
Condition d'utilisation	Pour des systèmes linéaires, ou des grandeurs linéaires subissant un régime oscillant forcé par un système excitateur.	Transformée qui s'applique aux fonctions causales (nulles sauf pour $t > 0$)
Définition	Soit un signal sinusoïdal, d'amplitude maximal x_0, de pulsation ω, de phase à l'origine ϕ tel que : $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$ La notation complexe consiste à effectuer la transformation suivante : $$x(t) \to \underline{x}(t) = x_0 e^{j(\omega t + \phi)}$$ On a donc : - $x(t) = Re(\underline{x}(t))$ - $\lvert \underline{x} \rvert = x_0$ - $\arg(\underline{x}) = \omega t + \phi$	La transformée de Laplace est définie telle que : $$f(t) \to F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$ Exemple 1 : échelon unitaire $$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = \frac{1}{p}$$ Exemple 2 : fonction exponentielle $f(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ $$F(p) = \int_0^{\infty} Ae^{-\frac{t}{\tau}} e^{-pt} dt = \frac{A}{p + 1/\tau}$$ Il s'agit d'une opération mathématique qui permet de faciliter la résolution des équations différentielles
Propriétés	Propriété concernant l'opération de dérivation : $$\frac{d\underline{x}}{dt} = j\omega \underline{x}$$ Propriété concernant l'opération d'intégration : $$\int \underline{x} dt = \frac{\underline{x}}{j\omega}$$	Propriété concernant l'opération de dérivation : $$soit\ g(t) = f'(t)$$ $$g(t) \to G(p) = \int_0^{\infty} f'(t) e^{-pt} dt$$ Avec une intégration par partie $$G(p) = [f(t)e^{-pt}]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$ $$G(p) = pF(p)$$ Donc $\frac{df(t)}{dt} \to pF(p)$
	On voit donc ici, par identification, le passage $p \equiv j\omega$	

Intérêts	L'analyse de Fourier permet d'affirmer que tout signal périodique (ou non) peut être vue comme une somme de sinusoïdes. Donc, connaître la réponse d'un système pour toute pulsation, c'est connaître la réponse d'un système pour toute excitation La notation complexe répond aux exigences des systèmes linéaires en régime forcé (après régime transitoire) car elle peut être vue comme la combinaison de deux solutions particulières $$\underline{x}(M,t) = x(t) + jx\left(t - \frac{T}{4}\right)$$ $$\underline{a}(M,t) = Acos(\omega t) + jAsin(\omega t) = Ae^{j(\omega t)}$$	Pour les équations différentielles, la notation de Laplace est parfaite pour obtenir des résolutions aisées : $$a_n \frac{d^n s}{dt^n} + \cdots + a_1 \frac{ds}{dt} + a_0 s = b_n \frac{d^n e}{dt^n} + \cdots + a_1 \frac{de}{dt} + a_0 e$$ Ce qui aboutit à : $$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{b_0 + b_1 p + \cdots + b_n p^n}{a_0 + a_1 p + \cdots + a_n p^n}$$ L'idée est d'écrire ensuite cette fonction en une somme d'éléments simples en repérant les pôles : $$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{(p - p_1')(p - p_2') \ldots.}{(p - p_1)(p - p_2) \ldots} = \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} + \cdots$$ La transformée inverse est alors évidente ! Chaque terme aboutit à $A_i e^{p_i t}$ On voit là l'importance de pôle à partie réelle négative pour éviter l'instabilité d'une exponentielle divergente !