Le codage Hamming (0753-3785260)

La transmission d'informations numériques permet la mise en place de corrections permettant de repérer les erreurs de transmissions de données. En effet, le bruit thermique, les imperfections du matériel, les perturbations électromagnétiques peuvent être à l'origine d'une mauvaise interprétation des données numériques reçues.

a) Le bit de parité

Une technique, très simple et très rependue, pour s'assurer qu'une donnée transmise sous la forme d'un mot binaire sera lue correctement par son récepteur est de lui adjoindre un bit de parité, égal par définition à :

- 0, si la donnée contient un nombre pair de 1
- 1, si la donnée contient un nombre impair de 1

Après réception de la donnée, le récepteur recalcule le bit de parité et le compare à celui que l'émetteur lui a adressé. Si la donnée n'a pas été altérée lors de la transmission, alors les deux bits de parité sont forcément identiques

1) Donner le bit de parité associé à 5, 16 et 37
2) Ecrire une fonction parite(liste) prenant pour argument une liste de bits constituée d'entiers valant 0 ou 1 et retournant l'entier 0 ou 1 correspondant à son bit de parité.
3) Si on a typiquement 1 bit de parité pour un octet de données. Est-il possible de ne pas détecter une erreur de transmission ?
4) Dans le cas d'une donnée erronée dans l'octet, est-il possible de la localiser ?

b) Le codage Hamming

Le code Hamming (7,4), ainsi appelée parce qu'il consiste à joindre trois bits de parité à quatre bits de données, ce qui donne un message de longueur totale de 7 bits, permettant une détection fine des erreurs.
Si la donnée s'écrit (d1,d2,d3,d4)$(d1,d2,d3,d4)$ avec di=0$di=0$ ou 1 alors :

- p1$p1$ est le bit de parité du triplet (d1,d2,d4)$(d1,d2,d4)$
- p2$p2$ est le bit de parité du triplet (d1,d3,d4)$(d1,d3,d4)$
- p3$p3$ est le bit de parité du triplet (d2,d3,d4)$(d2,d3,d4)$

Le message encodé transmis est alors (p1,p2,d1,p3,d2,d3,d4)

1) Ecrire une fonction hamming(l) prenant pour argument une liste de données de 4 bits et retournant une liste contenant le message encodé. On pourra appeler la fonction parite précédemment définie.

La vérification d'un message codée en Hamming(7,4) consiste à calculer les trois bits de contrôle suivants, notés (c1,c2,c3), à partir du message complet (données et bits supplémentaires notés (m1,m2,…,m7):

- c1$c1$ est le bit de parité de (m4,m5,m6,m7)
- c2$c2$ est le bit de parité de (m2,m3,m6,m7)
- c3$c3$ est le bit de parité de (m1,m3,m5,m7)

Si le message n'a pas été altéré alors les 3 bits de contrôle doivent être nuls. L'intérêt de la technique de Hamming est que, dans le cas particulier où l'erreur est unique, le mot de contrôle donne la représentation binaire de la position de cette erreur. La position (l'indice) est donnée par (c1∗20+c2∗21+c3∗22)−1). Il suffit alors d'inverser ce bit pour corriger l'erreur.

2) Ecrire une fonction decode prenant pour argument une liste de 7 bits et retournant une liste de 4 bits contenant les bits de données. Cette fonction corrigera la présence d'une erreur éventuelle (supposée unique).
3) Tester vos fonctions sur un message avant codage [1,0,1,1] et vérifier le bon décodage.
4) Le message précédent implique le code Hamming suivant [0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]. Supposons que la transmission de ce code s'accompagne d'une erreur entraînant le massage [1, 1, 1, 0, 0, 1, 1]. Vérifier que votre décodage fonctionne et retourne tout de même [1,0,1,1].