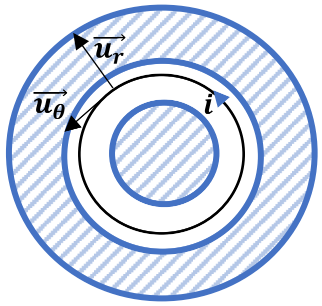
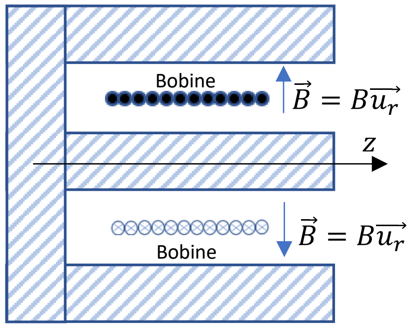
Un haut-parleur électrodynamique peut être décrit par le schéma ci-dessous : une bobine conductrice d'axe Oz comportant N spires identiques, de rayon a est susceptible de se translater le long de l'axe horizontal Oz en étant rappelée vers sa position d'équilibre $z = 0$ par un ressort de raideur k. Cette bobine est également soumise à une force dissipative $-\alpha\vec{v}$. On travaillera dans la base cylindrique $(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}, \overrightarrow{u_z})$. La bobine est plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$ indépendant du temps créé par un aimant permanent (hachuré sur le schéma) dont les pôles sont deux cylindres concentriques, de telle sorte qu'au niveau des spires, $\vec{B}$ est de la forme $\vec{B} = B\overrightarrow{u_r}$ avec B uniforme. On note $i(t)$ l'intensité du courant dans le circuit.





La bobine, d'inductance L et de résistance R, est reliée à un générateur idéal de tension $u(t)$.

a) Mise en équations

1) Montrer que l'expression de la résultante des forces de Laplace $\overrightarrow{F_L}$ s'appliquant sur la bobine est donnée par : $\overrightarrow{F_L} = -2\pi aNBi\overrightarrow{u_z}$.

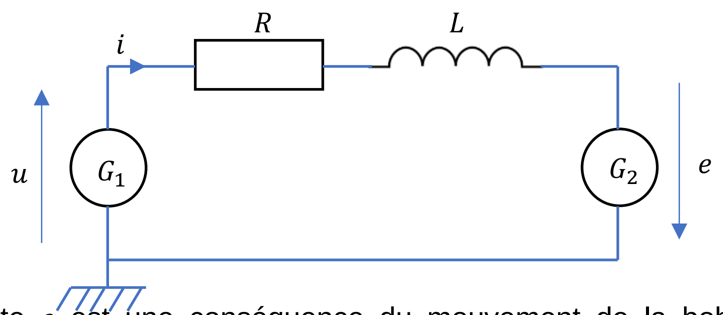
On note $v = \frac{dz}{dt}$ la vitesse de la bobine dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

2) A l'aide du principe fondamental de la dynamique appliqué à l'équipage mobile assimilable à un point matériel de masse m, obtenir l'équation mécanique suivante :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\omega_0}{Q}v + \omega_0^2 z = -\frac{2\pi aNB}{m}i \qquad \text{(Équation 1)}$$

On donnera l'expression du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 en fonction de α, k et m.

On donne ci-dessous le schéma électrique équivalent de l'ensemble {alimentation + haut-parleur} en régime variable :



La tension induite e est une conséquence du mouvement de la bobine dans le champ magnétique de l'aimant. On note P_L la puissance des forces de Laplace et P_e la puissance associée à la tension induite e. La perfection du couplage électromécanique implique alors que $P_L + P_e = 0$.

3) Déduire du couplage électromécanique parfait l'expression de la tension e en fonction de B, v, a et N.

On suppose la tension $u(t)$ sinusoïdale et de pulsation ω. La linéarité du problème permet l'utilisation de la notation complexe :

$$\begin{cases} u(t) = U_m \cos(\omega t) \rightarrow \underline{u}(t) = U_m e^{j\omega t} \\ i(t) = I_\mathrm{m} \cos(\omega t + \phi) \rightarrow \underline{i}(t) = I_m e^{j(\omega t+\phi)} \\ v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi') \rightarrow \underline{v} = V_m e^{j(\omega t+\phi')} \end{cases}$$

U_m, I_m, V_m, ϕ et ϕ' sont des constantes à ω fixée.

4) Après avoir écrit la loi des mailles, montrer qu'en notation complexe on peut écrire :
$$\underline{u} = (R + jL\omega)\underline{i} - 2\pi NaB\underline{v} \qquad \text{(Équation 2)}$$

On définit l'impédance d'entrée électro-acoustique du haut-parleur par $\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$.

5) Montrer à l'aide des équations 1 et 2 que : $\underline{Z} = R + jL\omega + \underline{Z}_m$
avec $\underline{Z}_m = K \frac{\left(j\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{Q\omega_0}+\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)}$ et K une constante à exprimer en fonction de m, B, N, a, ω_0 et Q.

b) <u>Impédance et étude énergétique</u>

L'impédance $\underline{Z} = R + jL\omega + \underline{Z}_m(\omega)$ obtenue au calcul précédent introduit une contribution $\underline{Z}_m$ appelée impédance motionnelle (du latin motion, qui signifie mouvement) qui rend compte directement du couplage électromécanique. On peut écrire $\underline{Z}$ en faisant apparaître une partie réelle et une partie imaginaire :

$$\underline{Z} = (R + R_{mot}) + j(L + L_{mot})\omega$$

On rappelle les précautions suivantes permettant de déterminer la valeur moyenne d'une grandeur quadratique lors d'une étude en régime sinusoïdal à la pulsation ω avec la notation complexe :

$$\begin{cases} f(t) = F_m \cos(\omega t) \rightarrow \underline{f}(t) = F_m e^{j\omega t} \text{ } avec \text{ } F_m \text{ } constante \\ g(t) = G_\mathrm{m} \cos(\omega t + \psi) \rightarrow \underline{g}(t) = G_m e^{j(\omega t+\psi)} \rightarrow \underline{g}^*(t) = G_m e^{-j(\omega t+\psi)} \text{ } avec \text{ } G_m \text{ } et \text{ } \psi \text{ } constantes \\ < f(t)g(t) >= \frac{1}{2} Re\left(\underline{f}(t)\underline{g}^*(t)\right) \end{cases}$$

On note I_{eff} l'intensité efficace du courant traversant le haut-parleur.

6) Déterminer la puissance électrique moyenne $< p_{tot} >$ consommée par le haut-parleur en fonction de R, R_{mot} et I_{eff}.
7) Déterminer la puissance moyenne $< p_u >$ consommée par l'impédance motionnelle du haut-parleur en fonction de R_{mot} et I_{eff}.

$< p_u >$ est la puissance potentiellement convertissable en puissance acoustique.

8) Définir le rendement η du haut-parleur puis montrer qu'il est donné par $\eta = \frac{R_{mot}}{R+R_{mot}}$.

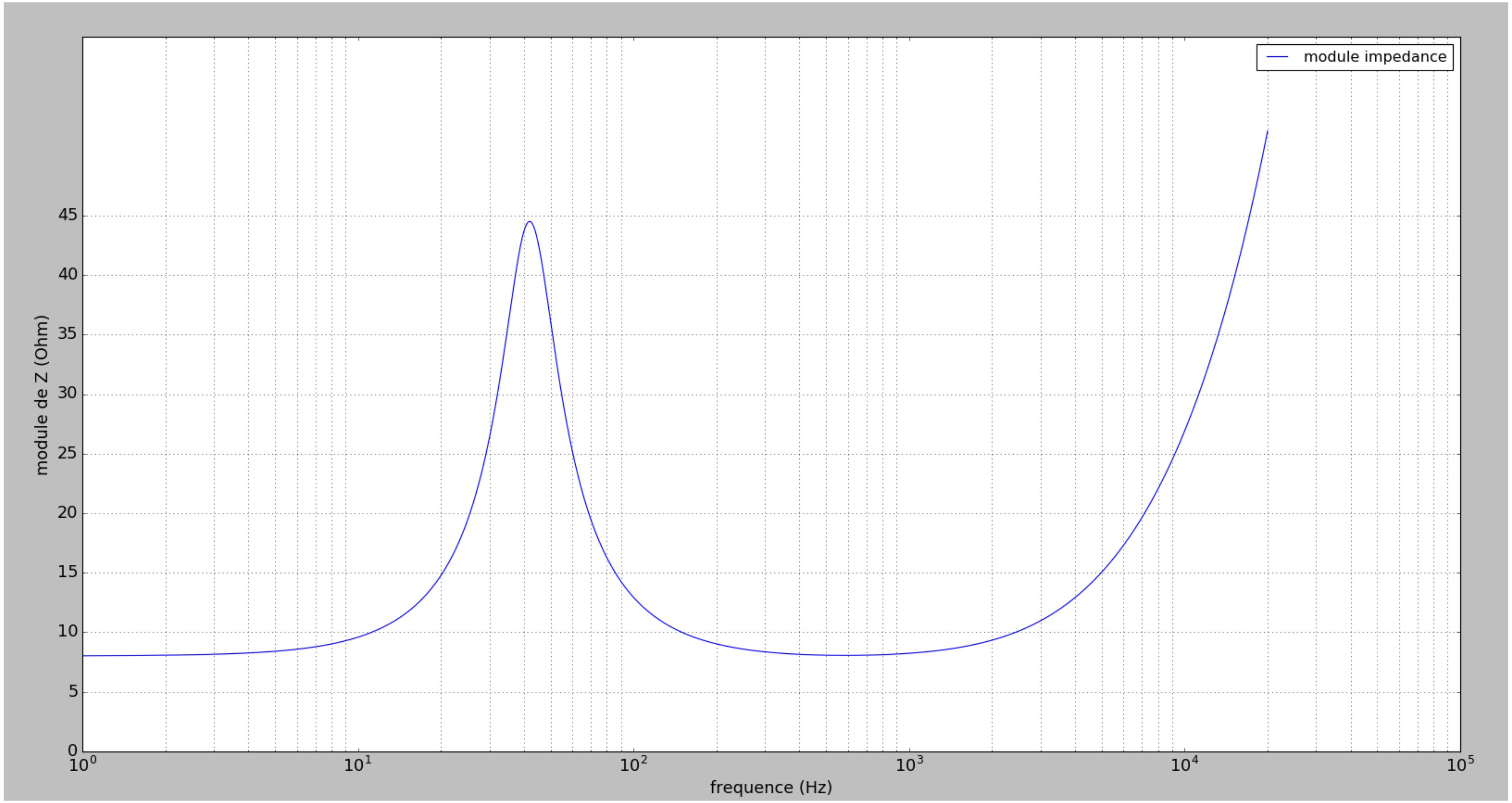
On donne les expressions suivantes : $R_{mot} = K \frac{\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}$ et $L_{mot} = K \frac{\left(\frac{1}{Q\omega_0}\right)\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)}{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}$

On fournit au document en annexe, la représentation du module de l'impédance du haut-parleur HM170GO en fonction de la fréquence (en échelle semi-logarithmique).

9) Déterminer, par lecture sur le document ci-joint, la valeur de R. Justifier votre démarche pour cette lecture.

L'augmentation de l'impédance aux « hautes fréquences » est associée à sa partie inductive. L'impédance $jL\omega$ est cependant négligeable dans un domaine de « fréquences basses » inférieures 1000 Hz. A ces « basses fréquences », on observe à la fréquence $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ un maximum du module de $\underline{Z}$.

10) Déterminer, par lecture sur le document 4, la fréquence f_0 et la valeur maximale de R_{mot}.
11) En déduire alors la valeur du rendement du haut-parleur HM170GO à la fréquence f_0.


module impedance
module de Z (Ohm)
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
frequence (Hz)