On se propose dans cet exercice d'expliquer l'altitude limite, appelée plafond, que peut atteindre un hélicoptère. On va étudier l'hélicoptère Ecureuil AS350 B3 dont on donne quelques caractéristiques approchées :

Puissance mécanique totale du moteur : $P_i \approx 100kW$
Masse totale de l'appareil avec équipage : $m \approx 1000kg$
Surface balayée par le rotor constitué de 3 pales : $S \approx 100m^2$

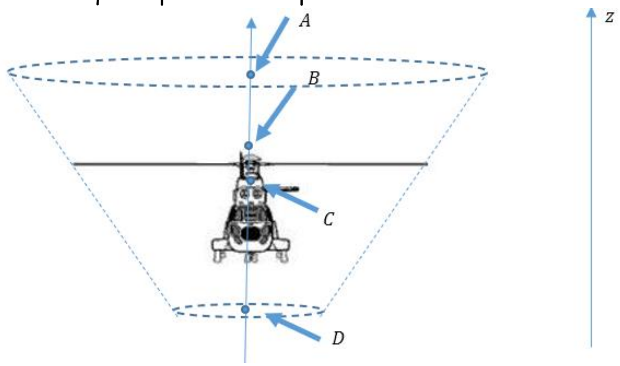
Les pales du rotor sont inclinées pour entrainer un écoulement d'air vers le bas. Nous supposerons un vol stationnaire de l'hélicoptère qui conservera donc une altitude constante pendant tout le problème. Nous allons effectuer les hypothèses simplificatrices suivantes :

<u>Hypothèses sur l'atmosphère :</u>

- L'atmosphère est assimilée à un gaz parfait.
- L'atmosphère est supposée isotherme à 300K. On note $P_{atm}(z)$ la pression atmosphérique à la côte z mesurée par rapport au sol.

<u>Hypothèses sur l'écoulement :</u>

- L'hélicoptère impose, par ses 3 pales, un écoulement contenu dans un tube champ tronconique représenté en pointillé ci-dessous :



Les dimensions du tube de champ étudié permettent de négliger les variations d'énergie potentielle de pesanteur. On pourra également supposée que $P_A = P_D \approx P_{atm}(z)$où z correspond à l'altitude de l'hélicoptère.

- L'écoulement est supposé parfait (on ne prend pas en compte la viscosité du fluide et on suppose le champ des vitesses uniforme et axial sur chaque section droite du tube de champ),
- L'écoulement est supposé stationnaire.
- L'écoulement est supposé quasi-incompressible (on note $\rho(z)$ la masse volumique de l'air à la côte z en la considérant quasi-uniforme dans le tube de champ tronconique).

1) Soient v_B et v_C les vitesses de l'écoulement respectivement en B et C par rapport à l'appareil. Justifier que $v_B \approx v_C$.

Dans la suite on note $v \approx v_B \approx v_C$ la vitesse moyenne au niveau des pales. On suppose également l'existence d'une ligne de courant verticale reliant les points A, B, C et D

2) Soient v_A et v_D les vitesses de l'écoulement respectivement en A et D par rapport à l'appareil. Appliquer la relation de Bernoulli le long de la ligne de courant entre A et D et en déduire l'expression de la puissance P_i fournie par l'hélicoptère à l'air.
3) On note S la surface balayée par le rotor et $F_{h/a} = \frac{P_i}{v}$ la norme de la force exercée par les pales de l'hélicoptère sur l'air en écoulement. Montrer que $F_{h/a} = \frac{\rho S}{2}(v_D^2 - v_A^2)$
4) En considérant encore le tube de champ représenté sur la figure ci-dessus, effectuer un bilan de quantité de mouvement à la manière du bilan énergétique mené sur un système fermé dans l'hypothèse d'un régime stationnaire. En déduire alors que $F_{h/a} = \rho v S(v_D - v_A)$
5) Montrer alors que la vitesse v de l'écoulement au niveau de l'hélice est la moyenne des vitesses v_A et v_D.
6) On suppose la lévitation de l'hélicoptère assurée à une altitude z. Dans cette situation, on peut alors supposer que $v_D \gg v_A$, montrer alors que $v = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2mg}{\rho S}}\right)$.
7) Montrer alors que l'expression de la puissance P_i fournie à l'air pour assurer la lévitation de l'appareil est donnée par $P_i \approx \frac{(Mg)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\rho S}}$.
8) Rappeler la loi $\rho(z)$ vérifiée par l'atmosphère. On note $\rho_0 = 1kg.m^{-3}$ la masse volumique au niveau du sol.
9) En déduire alors l'altitude maximale pouvant être atteinte par l'hélicoptère.