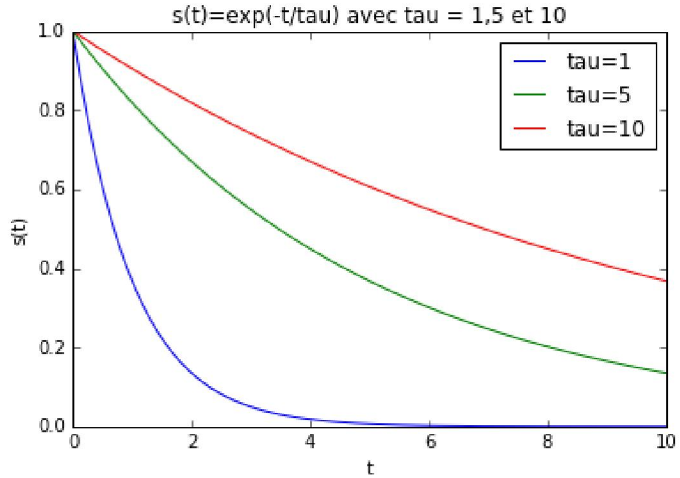
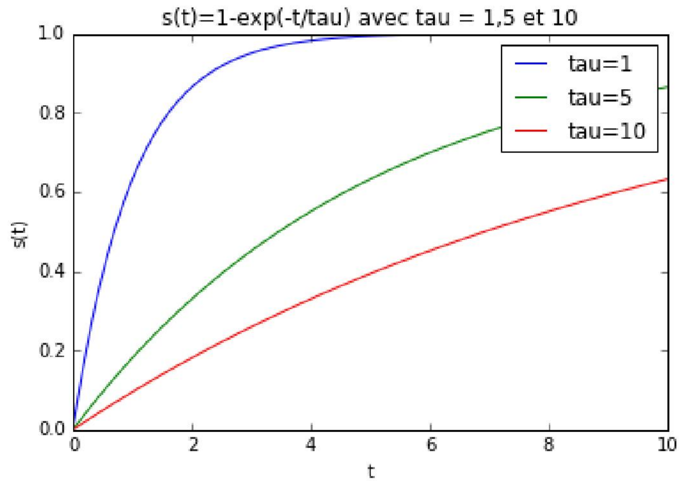
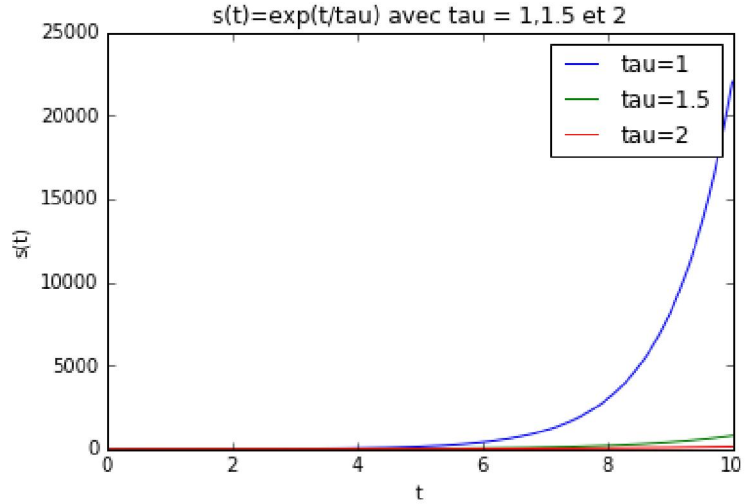
<table>
<tr><th>Equation différentielle :</th><th>Solutions
($A, B, \tau, S_0, M, \omega_0, K, \omega$ et K') sont des constantes</th><th>Représentation graphique de la solution pour des conditions initiales données</th></tr>
<tr><td rowspan="2">$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = K$</td><td>$K = 0 \rightarrow s(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$</td><td>$s(0) = S_0 \rightarrow s(t) = S_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

Le temps caractéristique du régime transitoire est de τ</td></tr>
<tr><td>$K = \frac{S_0}{\tau} \rightarrow s(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + S_0$</td><td>$s(0) = 0 \; et \; S_0 = 1 \rightarrow s(t) = S_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

Le temps caractéristique du régime transitoire est de τ</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2">$\frac{ds}{dt} - \frac{s}{\tau} = K$</td>
<td>$K = 0 \rightarrow s(t) = Ae^{\frac{t}{\tau}}$</td>
<td>

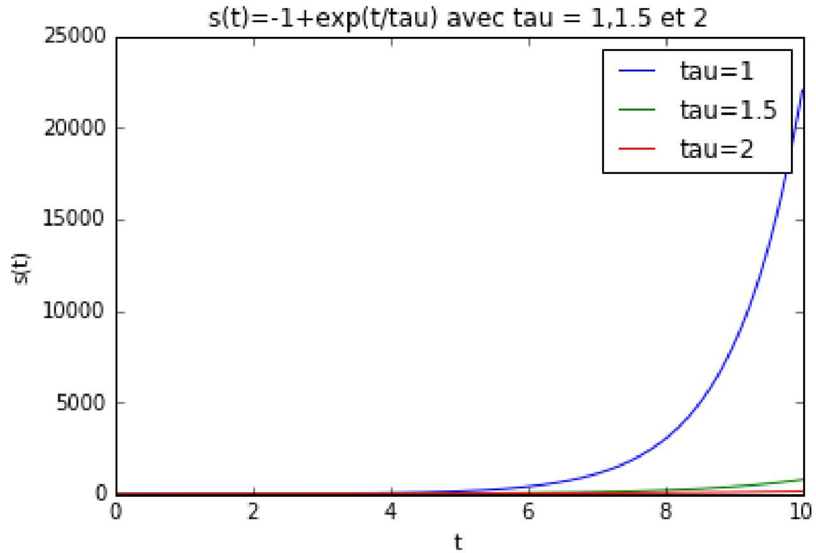
$s(0) = S_0 \rightarrow s(t) = S_0 e^{\frac{t}{\tau}}$



La solution est divergente

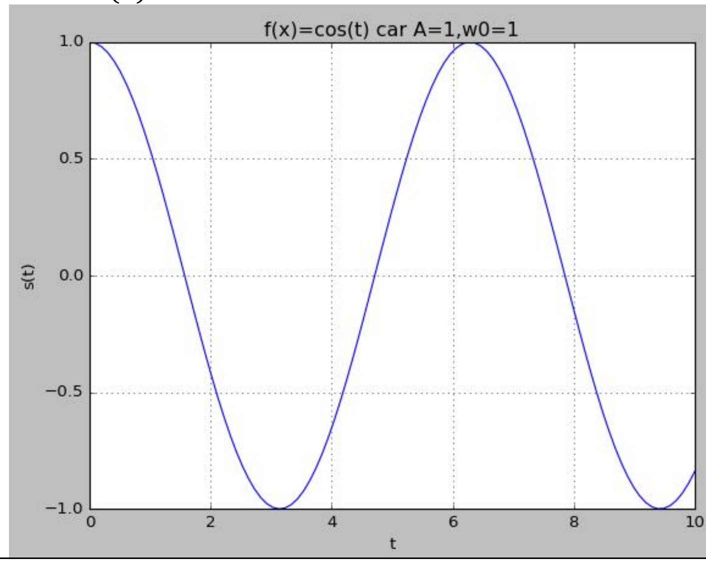
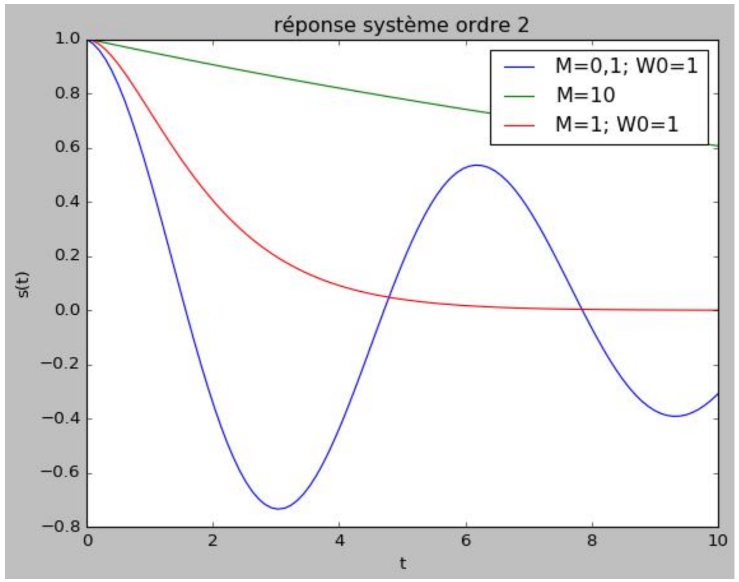
</td>
</tr>
<tr>
<td>$K = \frac{S_0}{\tau} \rightarrow s(t) = Ae^{\frac{t}{\tau}} - S_0$</td>
<td>

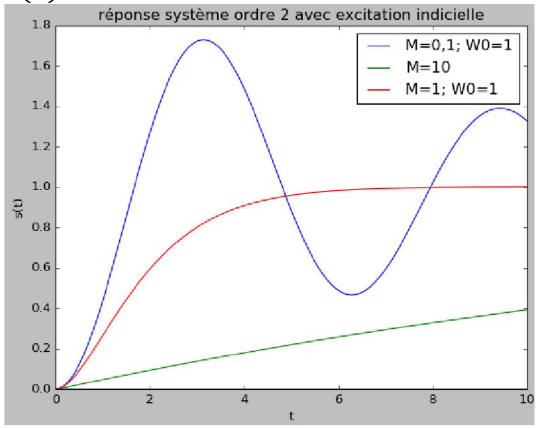
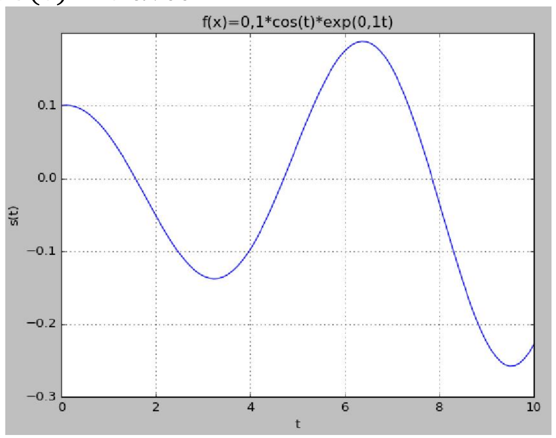
$s(0) = 0 \; et \; S_0 = 1 \rightarrow s(t) = S_0 \left(-1 + e^{\frac{t}{\tau}}\right)$

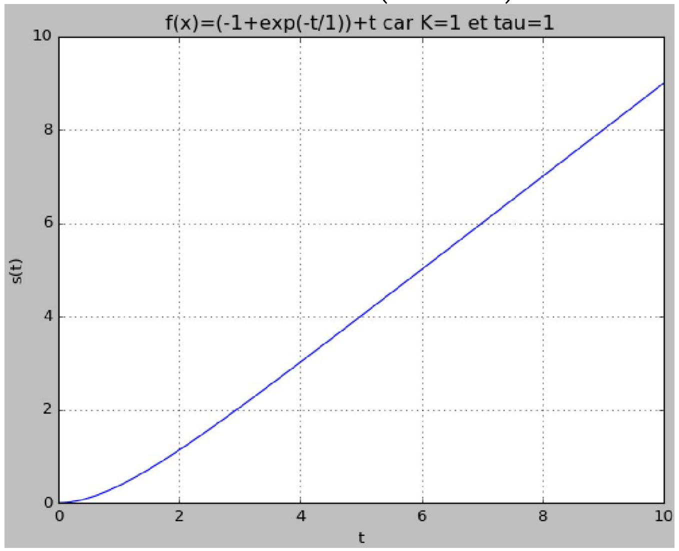
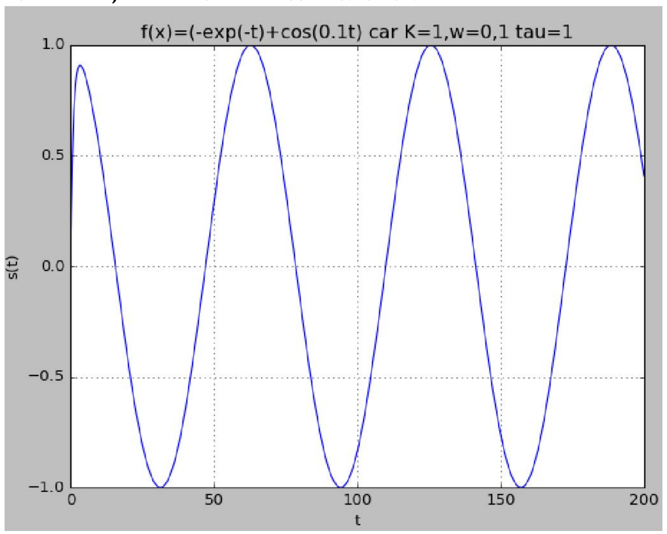


La solution est divergente

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="4">$\frac{d^2s}{dt^2} + 2M\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$</td>
<td>$M = 0$
$s(t) = Acos(\omega_0 t) + Bsin(\omega_0 t)$
Le régime est dit harmonique</td>
<td>$s(0) = 1$ et $\dot{s}(0) = 0$

</td>
</tr>
<tr>
<td>$0 < M < 1$
$s(t) = e^{-M\omega_0 t}\left(Acos(\omega_a t) + Bisn(\omega_a t)\right)$
Le régime est pseudopériodique de pulsation $\omega_a = \omega_0\sqrt{(1 - M^2)}$.
La durée du régime transitoire est typiquement de quelques $\frac{1}{M\omega_0}$</td>
<td rowspan="3">$s(0) = 1$ et $\dot{s}(0) = 0$:

</td>
</tr>
<tr>
<td>$M > 1$
$s(t) = s(t) = e^{-M\omega_0 t}\left(Ae^{\omega_0\sqrt{M^2-1}t} + Be^{-\omega_0\sqrt{M^2-1}t}\right)$
Réponse apériodique lente mais sans oscillation et avec un régime transitoire de l'ordre de $\frac{1}{\omega_0(-M+\sqrt{M^2-1})}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$M = 1$
Pour le régime critique la solution est :
$s(t) = (At + B)\exp(\omega_0 t)$
Pas d'oscillation et plus rapide que le régime apériodique : temps du régime transitoire : $\frac{1}{\omega_0}$</td>
</tr>
</table>

$\frac{d^2s}{dt^2} + 2M\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = K$	$0 < M < 1$ $s(t) = e^{-M\omega_0 t}\left(Acos(\omega_a t) + Bisn(\omega_a t)\right) + \frac{K}{\omega_0^2}$ Le régime est pseudopériodique de pulsation $\omega_a = \omega_0\sqrt{(1 - M^2)}$. La durée du régime transitoire est de quelques $\frac{1}{M\omega_0}$ $M > 1$ $s(t) = s(t) = e^{-M\omega_0 t}\left(Ae^{\omega_0\sqrt{M^2-1}t} + Be^{-\omega_0\sqrt{M^2-1}t}\right) + \frac{K}{\omega_0^2}$ Réponse apériodique lente mais sans oscillation et avec un régime transitoire de l'ordre de $\frac{1}{\omega_0(-M+\sqrt{M^2-1})}$ $M = 1$ Pour le régime critique la solution est : $s(t) = (At + B)\exp(\omega_0 t) + \frac{K}{\omega_0^2}$ Pas d'oscillation et plus rapide que le régime apériodique : temps du régime transitoire : $\frac{1}{\omega_0}$	$s(0) = 0$ et $\dot{s}(0) = 0$ avec K=1 
$\frac{d^2s}{dt^2} - 2M\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$	Si $M > 0$ L'exponentielle $e^{M\omega_0 t}$ qui fixe l'amplitude est alors divergente même en absence d'excitation. Une légère amplitude initiale suffit à amorcer une divergence.	$s(0) \approx 0$ et $\dot{s}(0) = 0$ avec K=1 
$\frac{d^2s}{dt^2} - \omega_0^2 s = 0$	$s(t) = Ae^{\omega_0 t} + Be^{-\omega_0 t}$	La 1e exponentielle conduit à une divergence, si le système décrit est « stable », on pose : $A = 0$

$\frac{ds}{dt}+\frac{s}{\tau}=Kt$	$s(t)=A^{-\frac{t}{\tau}}+Bt+C$ Là aussi la solution particulière proposée est analogue à la nature de la fonction du second membre	$s(0)=0 \rightarrow s(t)=\tau^2 K\left(-1+e^{\frac{-t}{\tau}}\right)+\tau K t$  La réponse « prend » un retard au départ : l'excitation Kt est « perçue » avec un décalage de τ
$\frac{ds}{dt}+\frac{s}{\tau}=Kcos(\omega t)$	$s(t)=A^{-\frac{t}{\tau}}+Bcos(\omega t+\phi)$ Là aussi la solution particulière proposée est analogue à la nature de la fonction du second membre. Pour faciliter les calculs de la solution particulière on utilise la notation complexe : $Be^{j\phi}=\frac{K\tau}{1+j\omega\tau}$	Si on se fixe $K=1, \tau=1$ et $\omega\tau \ll 1$ alors :  Le régime sinusoïdal n'est établi qu'au bout de quelques τ

$\frac{d^2s}{dt^2} + 2M\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = K\cos(\omega t)$	Le régime transitoire est décrit par l'un des régimes décrits précédemment. Ce régime transitoire dépend donc de la valeur de M. Dans le cas d'une situation non divergente le régime transitoire va progressivement disparaître et le régime sinusoïdal forcé va s'établir. Pour obtenir l'expression de la solution particulière (sinusoïde d'amplitude donnée et déphasée par rapport au second membre), on utilise la notation complexe : $s(t) = Scos(\omega t + \phi) \rightarrow \underline{s} = Se^{j(\omega t+\phi)}$ $Se^{j\phi} = \frac{K}{1 + 2Mj\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ On peut alors déterminer S (module) et ϕ (argument) de ce nombre complexe.