

Exercice : Etude d'une pompe à chaleur d'une maison

L'intérieur d'une maison est chauffé grâce à une pompe à chaleur cyclique ditherme, ce qui permet notamment de compenser les pertes thermiques de la maison.

L'intérieur de la maison tient lieu de source chaude à la température T_0 et l'extérieur de la maison tient lieu de source froide à la température T_1 .

Le système considéré est alors le fluide caloporteur contenu dans la pompe à chaleur. Les transformations qu'il subit sont supposées réversibles.

On suppose pour le moment qu'il n'y a aucune perte thermique entre la maison et l'extérieur.

Q18. Faire un schéma de principe de la pompe à chaleur en représentant le système fluide, la source chaude, la source froide, le travail W fourni au fluide par le moteur de la pompe à chaleur et les transferts thermiques Q_C et Q_F , reçus algébriquement par le fluide de la part, respectivement, de la source chaude et de la source froide. On précisera le signe de ces transferts algébriques.

Q19. L'efficacité ε d'une pompe à chaleur est donnée par le rapport $\varepsilon = \frac{-Q_C}{W}$. Justifier cette expression.

Q20. En appliquant les deux principes de la thermodynamique au fluide, exprimer l'efficacité de la pompe à chaleur en fonction de T_0 et T_1 . Calculer numériquement ε .

Le système pris en compte maintenant est l'air contenu à l'intérieur de la maison. On ne considère comme échanges d'énergie que le transfert thermique Q_C apporté par la pompe à chaleur et le transfert thermique Q' dû aux déperditions d'énergies.

On ne considère plus le régime comme stationnaire. On cherche ici à évaluer les pertes thermiques.

On note $\delta Q' = -aC(T - T_1)dt$ le transfert thermique algébrique et élémentaire avec l'extérieur pendant dt , avec C la capacité thermique de la pièce et a une constante positive. La température de la pièce étant initialement T_0 , la pompe est arrêtée. La pièce se refroidit et la température tombe à $T_f = 15^\circ\text{C}$ au bout de 3 heures.

Q21. Commenter le signe de $\delta Q'$. Qui reçoit effectivement ce transfert thermique ?

Q22. Déterminer l'unité de a .

Q23. En faisant un bilan énergétique sur l'intérieur de la maison, la pompe à chaleur étant éteinte, montrer qu'on obtient une équation différentielle du premier ordre sur la température de la forme

$$\frac{dT(t)}{dt} + aT(t) = B \quad (1)$$

avec B une constante à déterminer.

Q24. Résoudre cette équation pour exprimer l'évolution de $T(t)$.

Q25. En déduire l'expression de a .

Pour la suite, on prendra $a = 10^{-3}$ USI.

Une fois la température T_f atteinte, on met de nouveau en marche la pompe à chaleur.

Q26. Donner la relation liant la puissance P développée par le moteur de la pompe au travail δW fourni par celui-ci pendant une durée dt .

Q27. Déterminer la nouvelle équation différentielle portant sur $T(t)$.
On ne cherchera pas à résoudre cette équation différentielle.

Données : $T_0 = 20^\circ\text{C}$ et $T_1 = 5^\circ\text{C}$