

Document 1 : Repérages, éléments de longueur, de surface et de volume

On peut repérer la position d'un point dans l'espace à l'aide de plusieurs systèmes de coordonnées. Ce sont les conditions particulières du système qui vont conditionner le choix du système le plus adapté (par exemple les invariances et symétries)

i) En base cartésienne :

La position d'un point est repérée par le jeu de variables (x, y, z) par rapport à O et le vecteur position est donné

par $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$

$$dV = dx dy dz$$

ii) En base cylindropolaire ou cylindrique :

iii) En base sphérique :



Document 2 : L'opérateur gradient

1) Rappels et définition de l'opérateur gradient

Fonction (ne posant pas de problème de dérivabilité)	Variation de la fonction
Fonction affine : $y(x) = ax + b$	La pente est définie par $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ et donc : $\Delta y = a\Delta x = y'\Delta x$
Fonction quelconque d'une variable : $f(x)$	La dérivée vérifie : $f'(x) = \frac{df}{dx}$ La variation locale (ou élémentaire) est donnée par : $df = f'(x)dx$
Fonction de trois variables : $f(x, y, z)$	

On démontre alors les définitions de l'opérateur gradient dans les différentes bases :

En base cartésienne :	En base cylindrique	Base sphérique
	$\overrightarrow{grad} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{grad} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \\ \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \end{pmatrix}$

2) Propriétés de l'opérateur gradient

On peut donner quelques propriétés de l'opérateur gradient :

Norme de $\overrightarrow{grad} f$	Direction de $\overrightarrow{grad} f$	Sens de $\overrightarrow{grad} f$

