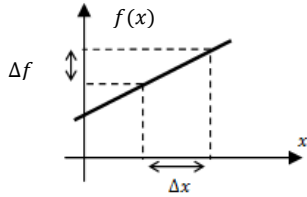
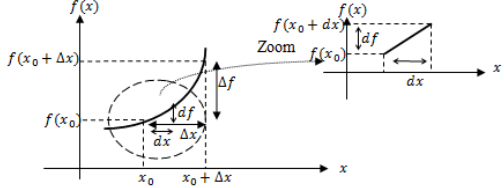
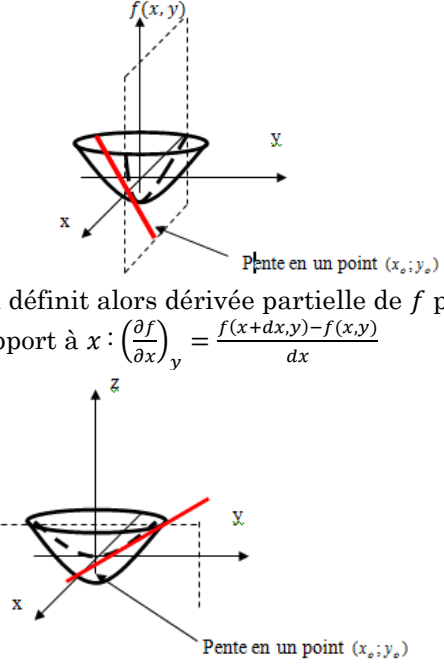


Annexe mathématique : Elément différentielle et variation élémentaire d'une fonction

Fonction (ne posant pas de problème de dérivabilité)	Représentation graphique	Variation de la fonction
Fonction affine : $f(x) = ax + b$		La pente est définie par $a = \frac{\Delta f}{\Delta x}$ et donc : $\Delta f = a\Delta x = f'\Delta x$
Fonction quelconque d'une variable : $f(x)$		$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ dx est appelé élément différentiel et désigne une variation infinitésimale ou élémentaire[A1] de x : $f'(x) = \frac{f(x + dx) - f(x)}{dx} = \left(\frac{df}{dx}\right)$ Donc : $df = f'(x) d[AM2]x$ df est un élément différentiel appelé également différentielle totale exacte de f
Fonction de deux variables : $f(x, y)$	 On définit alors dérivée partielle de f par rapport à x : $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = \frac{f(x+dx, y) - f(x, y)}{dx}$ On définit alors dérivée partielle de f par rapport à y : $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x = \frac{f(x, y+dy) - f(x, y)}{dy}$	La différentielle totale exacte de f est donnée par[A3] : $df \approx \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$ En effet : $df = f(x + dx, y + dy) - f(x, y)$ $df = f(x + dx, y + dy) - f(x, y + dy) + f(x, y + dy) - f(x, y)$ $df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y+dy} dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$ $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y+dy} dx \approx \left(\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y + \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y\right) dy\right) dx$ Or dx et dy sont des infiniment petits d'ordre 1 donc $dx dy$ est un infiniment petit d'ordre 2. Donc : $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y+dy} dx \approx \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx$ D'où : $df \approx \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$