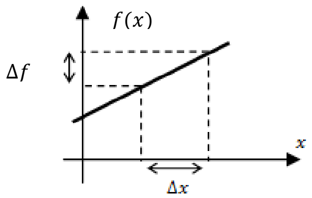
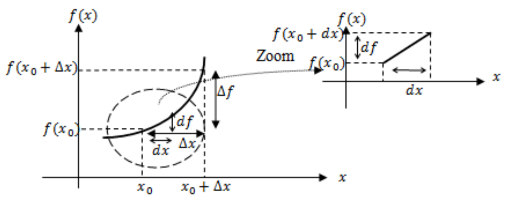
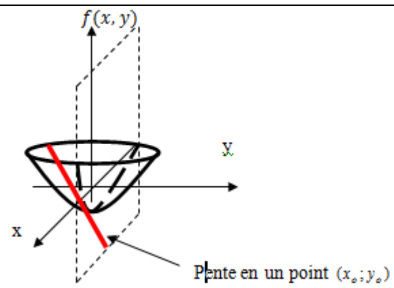
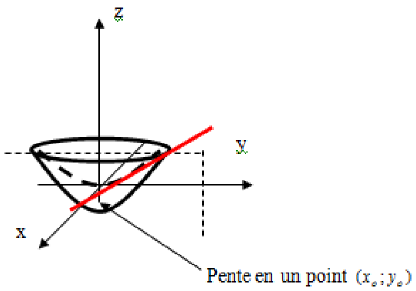
## Document 1 : Elément différentielle et variation élémentaire d'une fonction

| **Fonction (ne posant pas de problème de dérivabilité)** | **Représentation graphique** | **Variation de la fonction** |
|---|---|---|
| Fonction affine :<br>$f(x) = ax + b$ |  | La pente est définie par $a = \frac{\Delta f}{\Delta x}$ et donc :<br>$\Delta f = a\Delta x = f'\Delta x$ |
| Fonction quelconque d'une variable : $f(x)$ |  | $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$<br>$dx$ est appelé élément différentiel et désigne une variation infinitésimale ou élémentaire de $x$ :<br>$f'(x) = \frac{f(x+dx) - f(x)}{dx} = \left(\frac{df}{dx}\right)$<br>Donc :<br>$df = f'(x)dx$<br>$df$ est un élément différentielle appelé également différentielle totale exacte de $f$ |
| Fonction de deux variables :<br>$f(x,y)$ | <br>On définit alors dérivée partielle de $f$ par rapport à $x$ : $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = \frac{f(x+dx,y)-f(x,y)}{dx}$<br><br>On définit alors dérivée partielle de $f$ par rapport à $y$ : $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_x = \frac{f(x,y+dy)-f(x,y)}{dy}$ | La différentielle totale exacte de $f$ est donnée par :<br>$df = f(x+dx, y+dy) - f(x,y)$<br>$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x+dx} dy$<br>$df \approx \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$<br>En effet :<br>$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x+dx} dy \approx \left(\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x + \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\right)_x dx\right) dy$<br>Or $dx$ et $dy$ sont des infiniment petits d'ordre 1 donc $dxdy$ est un infiniment petit d'ordre 2.<br>Donc :<br>$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x+dx} dy \approx \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$ |

☞ **Question :**

**Le nombre $N$ d'élèves dans l'établissement est fonction de la température moyenne $T(°C)$ du jour considéré et de l'instant $t(heure)$ considéré : $N(T,t) = N_{max}\left(-0,01T + \left(-\frac{1}{25}t^2 + \frac{26}{25}t - \frac{144}{25}\right)\right)$ où $N_{max}$ est une constante. On considère le temps borné entre 8h et 18h.**

**Exprimer $dN$ et interpréter l'influence des deux paramètres.**

$$dN = -0{,}01N_{max}dT + N_{max}\left(\frac{26-2t}{25}\right)dt$$

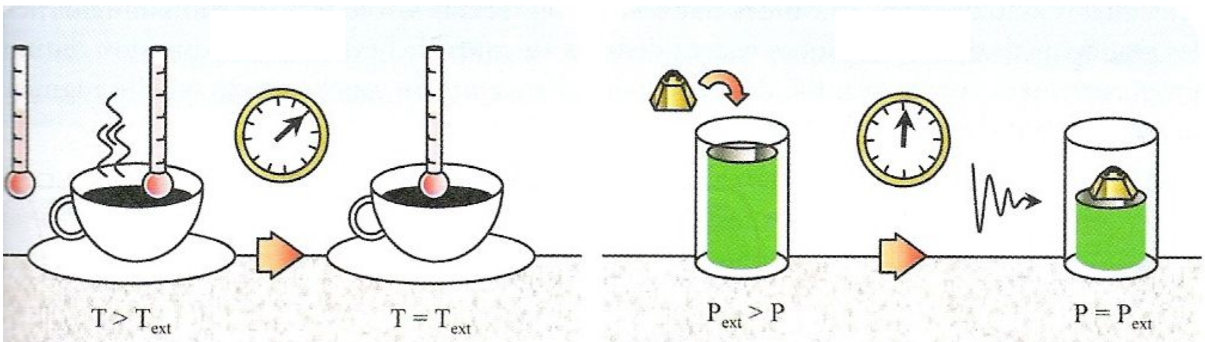
Cette loi prévoit donc qu'une augmentation de la température (à un instant donné) s'accompagne d'une diminution du nombre d'élèves (10% pour 10°C d'augmentation de température) et qu'à partir de 13h le nombre d'élèves décroît (pour une température donnée).

## Document 2 : temps de relaxation

Lorsqu'un système est préparé à $t = 0$ dans un état hors équilibre, il évolue naturellement vers l'équilibre. La constante de temps $\tau$ qui caractérise cet équilibre est appelée temps de relaxation : ceci signifie que pour un temps $t \gg \tau$ on peut assurer que l'équilibre est atteint.

On notera qu'en générale, l'équilibre mécanique est plus rapide à obtenir que l'équilibre thermique :

$$\tau_{méca} \ll \tau_{thermo}$$




Un système thermoélastique contenu dans un réacteur thermomécanique fermé est donc caractérisé par deux temps de relaxation : $\tau_{méca}$ (temps de relaxation pour obtenir l'équilibre mécanique $P = P_{ext}$) et $\tau_{therm}$ (temps de relaxation pour obtenir l'équilibre thermique $T = T_{ext}$).

Si les temps de variation $\Delta t$ des contraintes extérieures sont telles que :$\Delta t \gg \tau_{méca}$ et $\Delta t \gg \tau_{thermo}$, alors on peut affirmer que le système est toujours en équilibre thermomécanique. En revanche, si les conditions précédentes ne sont pas vérifiées alors le système est en déséquilibre avec l'extérieur : la transformation est dite brutale

☞ **Question :**

**Les pistons d'un moteur de voiture oscillent à 6000 tours/min. Pouvons-nous considérer que les compressions et détentes sont suffisamment lentes pour affirmer que ces transformations assurent l'équilibre mécanique du gaz avec l'extérieur ($P \approx P_{ext}$) ?**


Il faut comparer deux temps (ou deux vitesses) :

-Le temps $\Delta t$ que met le piston pour parcourir le cylindre : $\Delta t = \frac{60}{2\times6000} = 5ms$

-Le temps $\Delta t'$ qu'une suppression ou onde acoustique met pour parcourir le cylindre : $\Delta t' \approx \frac{0,1}{350} \approx \frac{10^{-3}}{3,5} \approx 300\mu s$

On pourra donc souvent considérer que les compressions et détentes rencontrées assurent l'équilibre mécanique.

| | **Isochore** | **Isobare** | **Isotherme** | **Adiabatique** |
|---|---|---|---|---|
| **Détente ou compression** | X | X | Transformation monotherme, quasistatique qui peut être réversible en assurant en plus l'absence de frottement | Transformation qui peut être réversible si équilibre thermique interne réalisé et en assurant une transformation mécaniquement réversible |
| **Chauffage ou refroidissement** | La transformation (souvent monotherme) sera irréversible : Le transfert thermique implique obligatoirement une inhomogénéité de la température.<br><br>La réversibilité serait obtenue par un chauffage lent au contact d'une source de température dont la température varierait donc lentement | La transformation (souvent monotherme) sera irréversible : Le transfert thermique implique obligatoirement une inhomogénéité de la température.<br><br>La réversibilité serait obtenue par un chauffage lent au contact d'une source de température dont la température varierait donc lentement | X | X |