

L'intérieur d'une maison est chauffé grâce à une pompe à chaleur cyclique ditherme, ce qui permet notamment de compenser les pertes thermiques de la maison.

L'intérieur de la maison tient lieu de source chaude à la température T_0 et l'extérieur de la maison tient lieu de source froide à la température T_1 .

Le système considéré est alors le fluide caloporteur contenu dans la pompe à chaleur. Les transformations qu'il subit sont supposées réversibles.

On suppose pour le moment qu'il n'y a aucune perte thermique entre la maison et l'extérieur.

Q18. Faire un schéma de principe de la pompe à chaleur en représentant le système fluide, la source chaude, la source froide, le travail W fourni au fluide par le moteur de la pompe à chaleur et les transferts thermiques Q_C et Q_F , reçus algébriquement par le fluide de la part, respectivement, de la source chaude et de la source froide. On précisera le signe de ces transferts algébriques.

Q19. L'efficacité ε d'une pompe à chaleur est donnée par le rapport $\varepsilon = \frac{-Q_C}{W}$. Justifier cette expression.

Q20. En appliquant les deux principes de la thermodynamique au fluide, exprimer l'efficacité de la pompe à chaleur en fonction de T_0 et T_1 . Calculer numériquement ε .

Le système pris en compte maintenant est l'air contenu à l'intérieur de la maison. On ne considère comme échanges d'énergie que le transfert thermique Q_C apporté par la pompe à chaleur et le transfert thermique Q' dû aux déperditions d'énergies.

On ne considère plus le régime comme stationnaire. On cherche ici à évaluer les pertes thermiques.

On note $\delta Q' = -aC(T - T_1)dt$ le transfert thermique algébrique et élémentaire avec l'extérieur pendant dt , avec C la capacité thermique de la pièce et a une constante positive. La température de la pièce étant initialement T_0 , la pompe est arrêtée. La pièce se refroidit et la température tombe à $T_f = 15^\circ\text{C}$ au bout de 3 heures.

Q21. Commenter le signe de $\delta Q'$. Qui reçoit effectivement ce transfert thermique ?

Q22. Déterminer l'unité de a .

Q23. En faisant un bilan énergétique sur l'intérieur de la maison, la pompe à chaleur étant éteinte, montrer qu'on obtient une équation différentielle du premier ordre sur la température de la forme

$$\frac{dT(t)}{dt} + aT(t) = B \quad (1)$$

avec B une constante à déterminer.

Q24. Résoudre cette équation pour exprimer l'évolution de $T(t)$.

Q25. En déduire l'expression de a .

Pour la suite, on prendra $a = 10^{-3}$ USI.

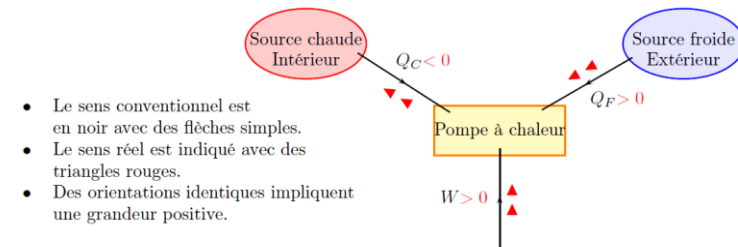
Une fois la température T_f atteinte, on met de nouveau en marche la pompe à chaleur.

Q26. Donner la relation liant la puissance P développée par le moteur de la pompe au travail δW fourni par celui-ci pendant une durée dt .

Q27. Déterminer la nouvelle équation différentielle portant sur $T(t)$.
On ne cherchera pas à résoudre cette équation différentielle.

Données : $T_0 = 20^\circ\text{C}$ et $T_1 = 5^\circ\text{C}$

1) On peut proposer le schéma de principe suivant :



2) Dans le cas d'une PAC utilisée en mode chauffage, c'est le transfert thermique cédé par l'agent thermique qui est recherché soit $-Q_C > 0$ et le prix à payer est lié au travail de compression $W > 0$ donc une efficacité donnée par $\varepsilon = \frac{-Q_C}{W}$

3) Pour cette machine cyclique ditherme et réversible :

$$\begin{cases} 1^{\text{er}} \text{ principe : } W = -Q_C + Q_F \\ 2^{\text{e}} \text{ principe } \frac{Q_C}{T_0} + \frac{Q_F}{T_1} = 0 \end{cases}$$

$$\text{On obtient alors : } \varepsilon = \frac{T_0}{T_1 - T_0} \approx 20$$

4) $Q' < 0$ il s'agit du transfert thermique entre l'air de la pièce et l'extérieur. Dans cette configuration ce transfert thermique est cédé à l'atmosphère extérieure.

5) En unité SI, a est nécessairement en s^{-1} .

6) Il s'agit d'écrire le 1^{er} principe sous la forme d'un bilan de puissance :

$$\frac{d}{dt}U = P_{th}$$

U est l'énergie interne de la pièce (enceinte + gaz) de capacité thermique C . Le volume étant constant, on a : $C \frac{dT}{dt} = P_{th} = \frac{\delta Q'}{dt} = -aC(T - T_1)$
Soit : $\frac{dT}{dt} + aT = aT_1$

7) On a donc $T(t) = (T_0 - T_1)e^{-at} + T_1$

8) Le sujet indique $T(t_{3h}) = T_f = (T_0 - T_1)e^{-at_{3h}} + T_1$ donc $a =$ $\frac{\ln\left(\frac{T_0 - T_1}{T_f - T_1}\right)}{t_{3h}}$	/1
9) Par définition $P = \frac{\delta W}{dt}$	/1
10) On a donc : $\frac{d}{dt}U = P_{th} + \varepsilon P$ Soit : $\frac{dT}{dt} + aT = aT_1 + \frac{\varepsilon P}{C}$ On voit que la valeur limite de la température dépend de P !	/1