

Les matériaux piézoélectriques ont la capacité de voir apparaître une différence de potentiel entre leurs faces lorsqu'on exerce sur elles une contrainte (effet direct) mais également de pouvoir se déformer sous l'action d'une différence de potentiel imposée (effet inverse), ce qui en fait des matériaux très intéressants sur le plan des applications. On propose ici d'étudier différentes utilisations de ces matériaux. Les quatre parties de ce problème sont indépendantes.

I Utilisation en capteur de forces

Les montages ci-après utilisent des amplificateurs linéaires intégrés (ALI) supposés idéaux et fonctionnant en régime linéaire.

I.A – Mesure de l'intensité d'une force s'exerçant sur une lame piézoélectrique

On suppose qu'une force $\vec{F}$ régulièrement répartie est exercée sur la face de la lame, celle-ci entraînant l'apparition d'une tension V_e à ses bornes et de deux charges opposées $+q$ et $-q$ sur les faces de la lame. La charge q est liée à V_e ainsi qu'à la force $\vec{F}$ exercée de sorte que $q = CV_e = KF$ où C , K et F représentent respectivement une capacité, une constante de proportionnalité et l'intensité de la force $\vec{F}$.

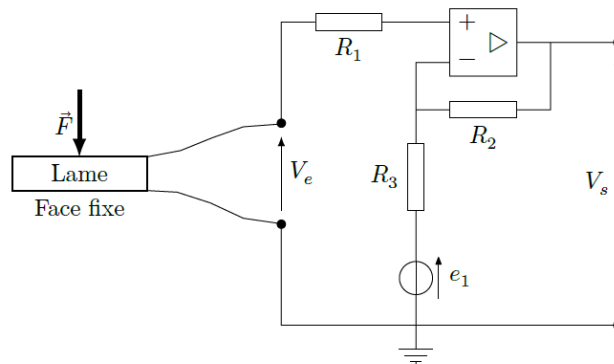


Figure 1

Q 1. Après avoir rappelé le modèle de l'amplificateur linéaire intégré idéal, exprimer la tension V_e en fonction de e_1 , V_s et des différentes résistances (figure 1).

Application numérique

Q 2. On donne : $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 6,5 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $e_1 = 100 \text{ mV}$. On mesure $V_s = 6,50 \text{ V}$, en déduire V_e .

Q 3. Sachant que $C = 8,0 \times 10^{-13} \text{ F}$ et que $K = 1,0 \times 10^{-12} \text{ C}\cdot\text{N}^{-1}$, déterminer l'intensité de la force $\vec{F}$ s'exerçant sur la lame.

I.B – Mesure de la fréquence d'une force excitatrice sinusoïdale s'exerçant sur une lame

On considère que la lame est soumise à une action mécanique variant sinusoïdalement dans le temps à la fréquence f , fréquence que l'on se propose de déterminer à l'aide du montage de la figure 2.

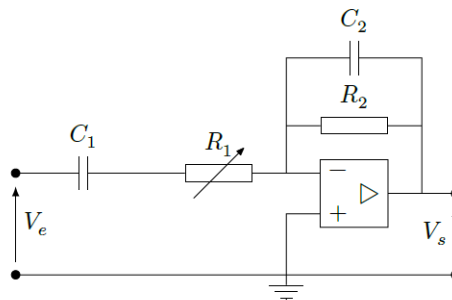


Figure 2

Q 4. Déterminer l'expression de la fonction de transfert du filtre de la figure 2 et la mettre sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{A}{1 + j(\omega/\omega_1 - \omega_2/\omega)}$$

en précisant les expressions de A , ω_1 et ω_2 en fonction de R_1 , R_2 , C_1 et C_2 .

Q 5. Indiquer quelle est la nature de ce filtre.

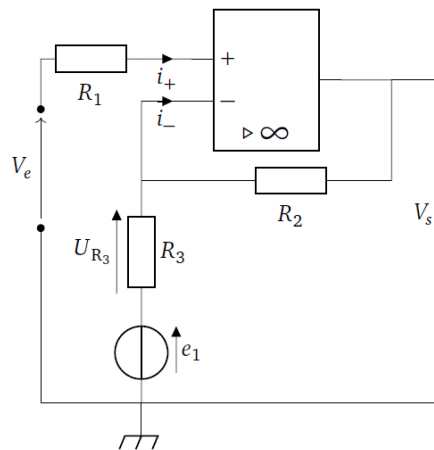
Q 6. Montrer que le gain passe par un maximum pour une pulsation ω que l'on exprimera en fonction de ω_1 et ω_2 .

On ajuste à présent la résistance R_1 de manière à ce que les signaux d'entrée et de sortie soient en opposition de phase.

Q 7. Comment peut-on vérifier expérimentalement que les deux signaux sont en opposition de phase ? Indiquer quel matériel peut être utilisé pour cette opération et comment le relier au montage.

Q 8. Déterminer la fréquence de la contrainte s'exerçant sur la lame. Calculer sa valeur numérique sachant que $R_2 = 1,0 \times 10^2 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 50 \text{ nF}$, $C_2 = 5,0 \text{ nF}$ et qu'il a fallu régler R_1 à $10 \text{ k}\Omega$ de manière à ce que les deux signaux soient en opposition de phase.

- Q1. Modèle de l'ALI idéal : gain différentiel infini, bande passante infinie, impédance d'entrée infinie, impédance de sortie nulle.



Conséquence : $i_+ = i_- = 0$, et en régime linéaire : $V_+ = V_-$.

Ainsi, $V_e - R_1 i_+ = V_e = V_+ = V_- = e_1 + U_{R_3}$

Diviseur de tension avec R_3 et R_2 en série (car $i_- = 0$) : $U_{R_3} = (V_s - e_1) \frac{R_2}{R_2 + R_3}$

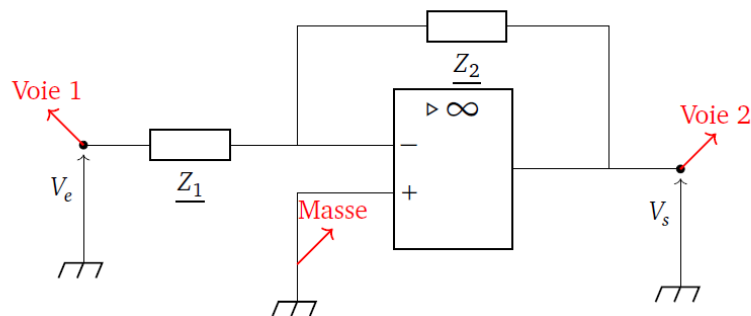
$$\text{On conclut : } V_e = e_1 + (V_s - e_1) \frac{R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow \boxed{V_e = \frac{R_2 e_1 + R_3 V_s}{R_2 + R_3}}$$

Q2. $V_e = \underline{0,95\text{V}}$

Q3. $\boxed{F = \frac{CV_e}{K}} = \underline{0,76\text{N}}$

I.B. Mesure de la fréquence d'une force excitatrice sinusoïdale s'exerçant sur une lame.

- Q4. On travaille en régime sinusoïdal forcé, on passe donc par un modèle d'impédance, en notant ω la pulsation de forçage.



Sur le schéma, $\underline{Z_1} = R_1 + \frac{1}{jC_1\omega}$, et $\frac{1}{\underline{Z_2}} = \frac{1}{R_2} + jC_2\omega$

L'ALI est idéal, donc $V_- = V_+ = 0$, il n'y a pas de courant d'entrée à la borne $-$:

Loi des noeuds :

$$\frac{V_e - 0}{\underline{Z_1}} = \frac{0 - V_s}{\underline{Z_2}} \Rightarrow \underline{H} = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}} = -\frac{1}{\underline{Z_1}/\underline{Z_2}} = -\frac{1}{\left(R_1 + \frac{1}{jC_1\omega}\right)\left(\frac{1}{R_2} + jC_2\omega\right)}$$

En développant :

$$\underline{H}(j\omega) = -\frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + j(R_1 C_2 \omega - \frac{1}{R_2 C_1 \omega}) + \frac{C_2}{C_1}} = -\frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}} \frac{1}{1 + j \left(\frac{\frac{R_1 C_2}{R_2 + \frac{C_2}{C_1}} \omega - \frac{1}{R_2 C_1 \left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} \right)} \right)}$$

Par identification : $A = \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}$, $\omega_1 = \frac{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}{R_1 C_2} = \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 R_2 C_1 C_2}$; $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_1 \left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} \right)} = \frac{1}{R_1 C_1 + R_2 C_2}$

Q5. $H = |\underline{H}| = \frac{A}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega} \right)^2}}$

$\lim_{\omega \rightarrow 0} H = 0$ et $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} H = 0$: c'est un filtre passe-bande du second ordre.

Q6. Le gain H est maximal quand le dénominateur de la fraction est minimal, donc quand le terme sous la racine est minimal : c'est donc quand le carré est nul.

Ainsi H maximal équivaut à $\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega} = 0 \Leftrightarrow \omega^2 = \omega_1 \omega_2$

Comme $\omega > 0$, $\omega_{\max} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

Q7. Il faut observer les deux tensions à l'oscilloscope et repérer si le déphasage d'une tension par rapport à l'autre vaut π , c'est-à-dire **quand le maximum d'un des signaux coïncide avec le minimum de l'autre**. Une utilisation du mode XY peut être utile.

Un oscilloscope à double voie peut être utilisé, en connectant les masses à la masse du montage, et la voie 1 et 2 comme sur le schéma de la question Q4.

Q8. R_1 ayant été convenablement réglé, à la pulsation $\omega = 2\pi f$ d'excitation, le déphasage est de π entre signal de sortie et d'entrée.

$$\arg \underline{H} = \pi \Leftrightarrow \underline{H} \in \mathbb{R}^- \Leftrightarrow \frac{A}{1 + j \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega} \right)} \in \mathbb{R}^+ \Leftrightarrow \frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_2}{\omega} = 0 \Leftrightarrow \omega = \omega_{\max} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

Ainsi : $f = \frac{\sqrt{\omega_1 \omega_2}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = 0,32 \text{ kHz}$