

DM1 : Mélange eau-éthanol : a95b-1771555

Le volume V d'un mélange miscible eau-éthanol dépend :

- De la température T de travail,
- De la pression P de travail,
- De la composition du mélange, c'est-à-dire de la quantité de matière en eau (notée n_{eau}) et de la quantité de matière en éthanol (notée n_{eth}). En effet, le volume occupé par un mole d'eau dans le mélange dépend de la quantité d'éthanol présente (ce phénomène étant lié aux interactions entre molécules). Ainsi 50mL d'eau additionnées à 50mL d'éthanol conduit à un volume total de 96,5mL.

Pour se convaincre de la situation voici un lien illustrant cette expérience :

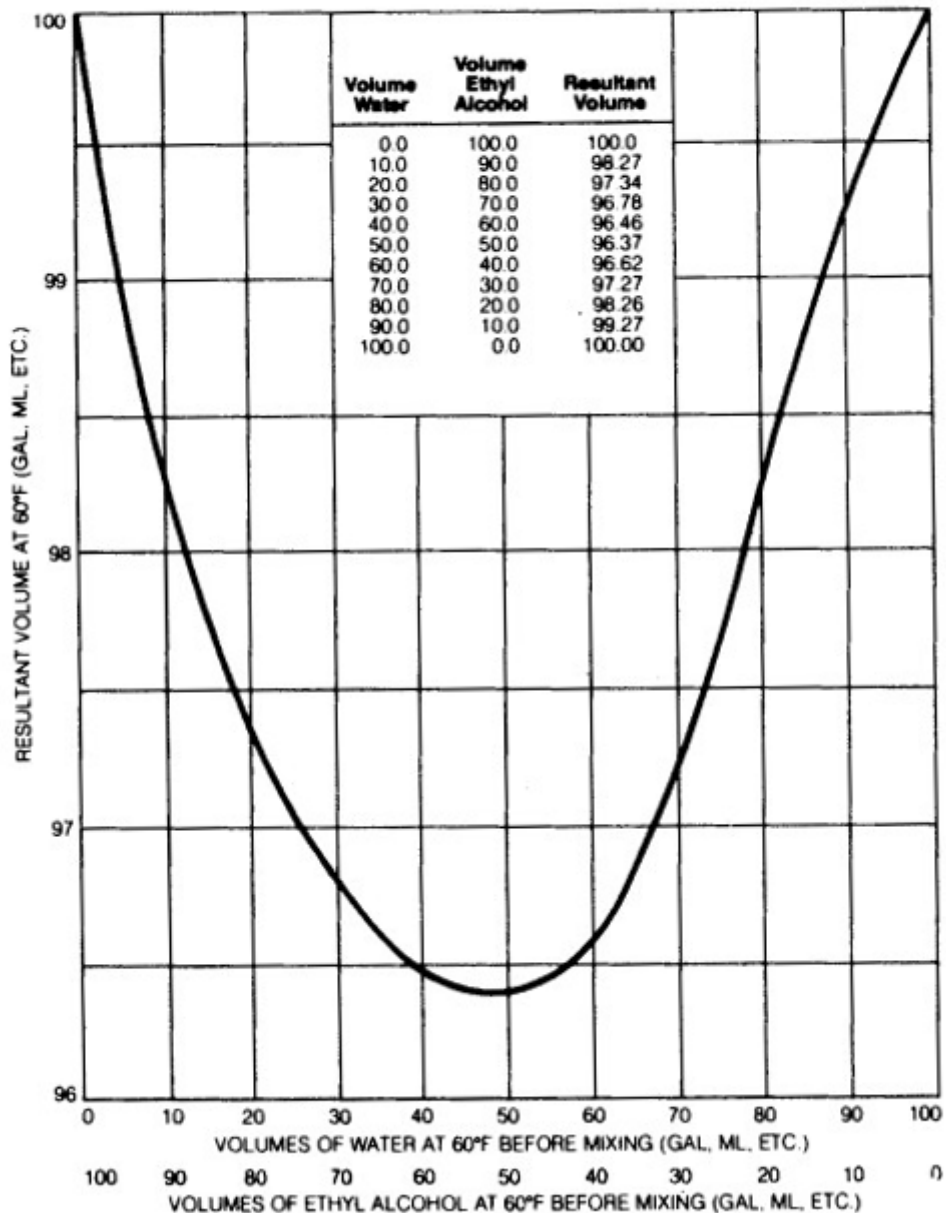
<https://culturesciences.chimie.ens.fr/thematiques/chimie-inorganique/chimie-des-solutions/contraction-du-volume-lors-d-un-melange-de> (<https://culturesciences.chimie.ens.fr/thematiques/chimie-inorganique/chimie-des-solutions/contraction-du-volume-lors-d-un-melange-de>)

Dans la suite, on note :

- Masse volumique de l'eau $\rho_{\text{eau}} = 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$
- Masse volumique de l'éthanol $\rho_{\text{eth}} = 0.789 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$
- Masse molaire de l'eau $M_{\text{eau}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'éthanol $M_{\text{eth}} = 46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

On obtient les résultats expérimentaux suivants à 25°C et 1 bar :

Table 6.25: Resultant Volume When Ethyl Alcohol and Water are Mixed (30)



1) A partir des résultats expérimentaux ci-contre, calculer à l'aide d'un programme les valeurs de la contraction du volume ΔV pour chaque mesure sachant que :

$$\Delta V = V - (V_{eau,introduit} + V_{eth,introduit})$$

Où $V_{eau,introduit}$ est le volume d'eau introduit pour obtenir le mélange et $V_{eth,introduit}$ est le volume d'éthanol introduit pour obtenir le mélange de volume V .

2) Obtenir, à l'aide d'un programme python, le tracé $\Delta V_m = \frac{\Delta V}{n_t}$ en fonction de $x_{eau} = \frac{n_{eau}}{n_t}$ où n_{eau} est le nombre de moles d'eau introduit et n_t est le nombre de moles totale dans le mélange.

Pour étudier ce phénomène de contraction du volume, on définit les quantités suivantes :

- Le volume molaire partiel de l'eau est $V_{m,eau} = \left(\frac{\partial V}{\partial n_{eau}} \right)_{T,P,n_{eth}}$ qui traduit la variation du volume du mélange par addition d'une mole d'eau à T,P et n_{eth} fixés.

- Le volume molaire partiel de l'éthanol est $V_{m,eth} = \left(\frac{\partial V}{\partial n_{eth}} \right)_{T,P,n_{eau}}$ qui traduit la variation du volume du mélange par addition d'une mole d'eau à T, P et n_{eau} fixés.

Dans ces conditions, le volume du mélange est :

$$V = n_{eau} V_{m,eau} + n_{eth} V_{m,eth}$$

L'eau pure présente un volume molaire noté $V_{m,eau}^*$ et l'éthanol pur présente un volume molaire $V_{m,eth}^*$.

La contraction ΔV du volume du mélange est :

$$\Delta V(T, P, n_{eau}, n_{eth}) = V(T, P, n_{eau}, n_{eth}) - (n_{eau} V_{m,eau}^*(T, P) + n_{eth} V_{m,eth}^*(T, P))$$

$$\Delta V(T, P, n_{eau}, n_{eth}) = n_{eau} V_{m,eau}(T, P, n_{eau}, n_{eth}) + n_{eth} V_{m,eth}(T, P, n_{eau}, n_{eth}) - (n_{eau} V_{m,eau}^*(T, P) + n_{eth} V_{m,eth}^*(T, P))$$

Si on note n_t le nombre total de mole en solution : $n_t = n_{eau} + n_{eth}$, on peut calculer :

$$\frac{\Delta V(T, P, n_{eau}, n_{eth})}{n_t} = \Delta V_m(T, P, x_{eau}, x_{eth})$$

$$\Delta V_m(T, P, x_{eau}, x_{eth}) = x_{eau} V_{m,eau}(T, P, n_{eau}, n_{eth}) + x_{eth} V_{m,eth}(T, P, n_{eau}, n_{eth}) - (x_{eau} V_{m,eau}^*(T, P) + x_{eth} V_{m,eth}^*(T, P))$$

3) Montrer que :

$$d\Delta V_m = dx_{eau}((V_{m,eau} - V_{m,eau}^*) - (V_{m,eth} - V_{m,eth}^*)) + x_{eau}(dV_{m,eau} - dV_{m,eau}^*) + x_{eth}(dV_{m,eth} - dV_{m,eth}^*)$$

Aide : On rappelle la différentielle d'un produit $d(uv)=udv+vdu$

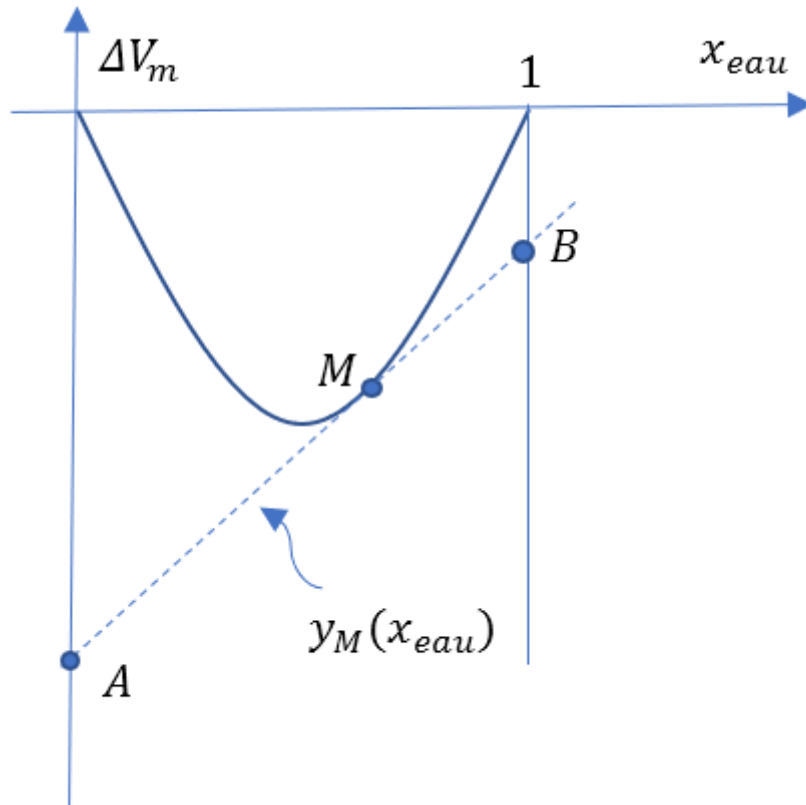
4) Donner une autre expression de la différentielle $d\Delta V_m$ de la fonction $\Delta V_m(T, P, x_{eau}, x_{eth})$ à l'aide de ses dérivées partielles. On note (2) cette équation.

5) On travaille à T et P constant, en déduire, en utilisant (1) et (2), que :

$$\left(\frac{\partial \Delta V_m}{\partial x_{eau}} \right)_{(T,P)} = (V_{m,eau} - V_{m,eau}^*) - (V_{m,eth} - V_{m,eth}^*)$$

6) Montrer que l'équation $y_M(x_{eau})$ de la tangente en M à la courbe $\Delta V_m(x_{eau})$ est :

$$y_M(x_{eau}) = (V_{m,eth}(M) - V_{m,eth}^*) + x_{eau} \left(\frac{\partial \Delta V_m}{\partial x_{eau}} \right)_{(T,P)}(x_M)$$



7) Justifier que la lecture de ΔV_m au point A permet de connaître $V_{m,eth} - V_{m,eth}^*$ et que la lecture de ΔV_m au point B permet de connaître $V_{m,eau} - V_{m,eau}^*$.

8) Effectuer une regression polynomiale d'ordre 3 avec `np.polyfit` de $\Delta V_m(x_{eau})$ permettant de trouver les coefficients a, b, c, d tels que : $\Delta V_m(x_{eau}) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

9) Justifier que l'équation de la tangente $y_M(x_{eau})$ en x_M s'écrive :

In [20]:

```
1 def tangente(a,b,c,d,xM,x_eau):
2     return a*xM**3+b*xM**2+c*xM+d+(3*a*xM**2+2*b*xM+c)*(x_eau-xM)
```

10) En déduire que la valeur du volume molaire de l'eau et de l'éthanol pour $x_{eau} = 0.8$

11) Un technicien de laboratoire souhaite préparer 100 mL de solution d'un mélange eau-éthanol avec une fraction molaire $x_{eau} = 0,8$. En déduire le volume d'eau et d'éthanol à additionner

In []:

```
1
```