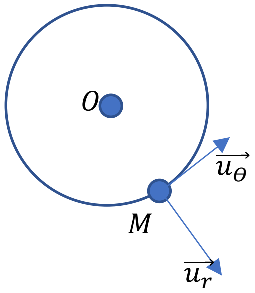
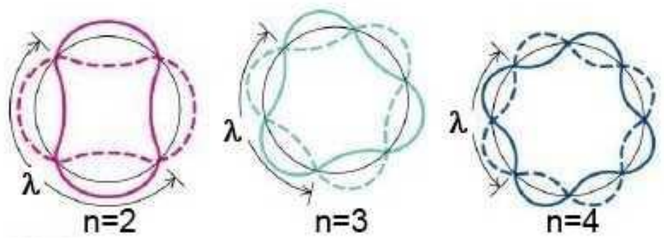
On considère un atome d'hydrogène. Cet atome est constitué d'un proton de charge $+e$ et d'un électron de charge $-e$ (où $e$ est la charge élémentaire).

Dans notre modèle, le proton est immobile est au centre $O$ de la trajectoire circulaire emprunté par l'électron. On note $R$ le rayon de l'orbite électronique et $M$ le point repérant la position de l'électron. Dans toute la suite on travaille dans le référentiel fixe lié au proton.




1) Donner l'expression de la norme du moment cinétique $\|\overrightarrow{L_0}\|$ de l'électron en fonction de $R$, de la masse $m$ et de la vitesse $v$ de l'électron.

Louis de Broglie proposa d'associer à l'électron un caractère ondulatoire et donc une longueur d'onde $\lambda$ . On peut alors observer plusieurs situations d'interférences constructives associées à différents modes de vibrations. Voici 3 exemples :




2) Soit $n$ entier positif (nombre quantique principal), proposer une relation entre $\lambda, R$ et $n$.

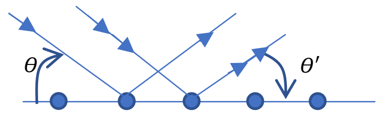
L'observation de la lumière émise par un gaz d'hydrogène a conduit Niels Bohr à quantifier le moment cinétique $\|\overrightarrow{L_0}\|$. Il proposa alors $\|\overrightarrow{L_0}\| = n\frac{h}{2\pi}$ avec $h$ la constante de Planck et $n$ nombre quantique principal.

3) Montrer, qu'avec ce modèle, il existe une relation entre $\lambda, h, m$ et $v$ permettant de définir la longueur d'onde électronique.

4) On impose une tension de l'ordre de 500V), qu'elle est la vitesse d'un électron initialement à l'arrêt ? On attend une démonstration de l'expression littérale. On prendra $e \approx 10^{-19}C, m \approx 10^{-30}kg$ et $h = 10^{-34}J.s.$

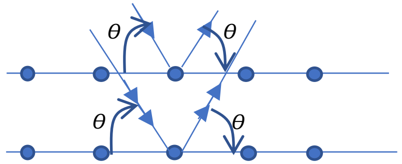
5) Si $v \approx 10^6 m.s^{-1}$, quelle est alors sa longueur d'onde $\lambda$ associée ?

Comme en optique, l'aspect ondulatoire de l'électron peut être mis en évidence si les électrons rencontrent des obstacles dont les dimensions sont de l'ordre de la longueur d'onde. Pour des électrons dont la longueur d'onde est de $100pm$ on peut observer une figure de diffraction par réflexion sur un cristal : les atomes, distants d'à peu près 100pm, vont jouer le rôle d'objet diffractant. On considère une maille cubique simple, de paramètre de maille $a$, bombardée par une faisceau électronique assimilable à une onde plane. On étudie l'onde réfléchie à l'infini :




6) Quelle la condition sur $\theta$ (angle d'incidence des rayons électroniques) et $\theta'$ (angle de réflexion des rayons électroniques) pour que les rayons diffractés par deux atomes successifs ne soient pas déphasés (déphasage nulle) ? Justifier votre résultat par un calcul de différence de marche $\delta$.

La diffraction électronique peut aussi s'observer sur le plan d'atomes inférieur :




7) Quelle est la relation entre $\theta, a$ et $\lambda$ associée à l'ordre 1 d'interférence ?

8) On observe l'ordre 1 pour $\theta = \frac{\pi}{6}$ avec $\lambda = 100pm$, quelle est la valeur du paramètre de maille $a$ ?

Dans la suite, on revient au modèle planétaire de l'atome : l'électron est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon $R$ autour du noyau et son moment cinétique est quantifié : $\|\overrightarrow{L_0}\| = n\frac{h}{2\pi}$

9) En utilisant le PFD, montrer que l'énergie mécanique est donnée par $E_m = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$

10) Montrer également $R = n^2 R_0$ où $R_0 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi e^2 m}$ et calculer $R_0$.

11) En déduire l'expression de l'énergie $h\upsilon$ d'un photon émis lors de la désexcitation d'un électron entre deux orbites de rayon respectif $R_1 = n_1^2 R_0$ et $R_2 = n_2^2 R_0$ avec $n_2 < n_1$.

On considère un toboggan comme celui représenté ci-contre. Ce toboggan est composé d'un enroulement hélicoïdal de $N$ =2,5 tours avec une rayon moyen $R = 2{,}0m$. La hauteur de l'ensemble est $h = 5{,}0m$. On note $\theta > 0$ la position angulaire du baigneur assimilé à un point matériel. Le baigneur suit la trajectoire $r = R$ et $z = \alpha\theta$ avec $\alpha$ constante et l'axe $(z'z)$ est orienté selon la verticale descendante. Dans la suite on néglige les frottements. On prendra le champ de pesanteur terrestre $g \approx 10m.s^{-2}$ $et$ $\pi \approx 3$

12) Déterminer, après calcul soigné, la valeur de $\alpha$.

13) Exprimer puis calculer la valeur de la vitesse $v_s$ en sortie de toboggan (la vitesse initiale du baigneur étant nulle).

Afin d'éviter d'éventuelles collisions, le toboggan est équipé au point de départ d'un feu qui passe au vert toutes les $\Delta t$ secondes. On impose une marge de $\tau = 5s$ en plus de la durée de parcours dans le toboggan.

14) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique montrer que $\ddot{z} = \frac{g}{1+\frac{R^2}{\alpha^2}}$ du point matériel en fonction de $g, R$ et $\alpha$.

15) En déduire l'expression puis la valeur de $\Delta t$