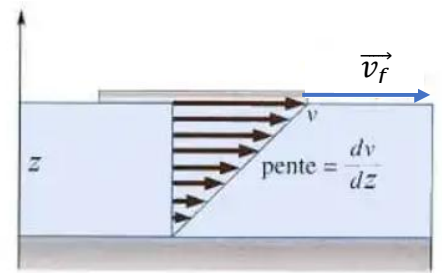
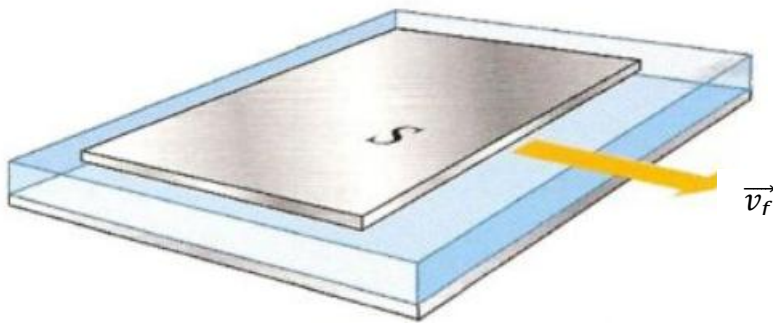


Chapitre 7 : Du premier principe à l'équation de Bernoulli

I- Fluide réel

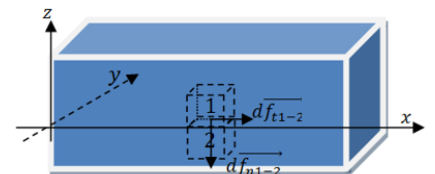
a) Expérience introductive

On laisse glisser une feuille de papier sur une table de manière à garantir la présence d'une lame d'air entre la table et la feuille. La tranche d'air se trouve alors cisailée entre une vitesse nulle imposée par la table et une vitesse non nulle $\vec{v}_f$ imprimée par la feuille.



Après quelques centimètres, on observe une immobilisation de la feuille ce qui témoigne d'une force dissipative exercée par la tranche d'air : l'énergie cinétique de la feuille a été prélevée.

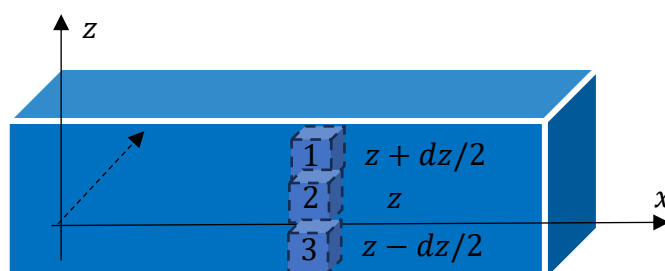
b) Force de viscosité



- i) Donner l'expression de la force de viscosité exercée par le fluide d'épaisseur e sur la feuille de surface S en supposant le profil des vitesses linéaire en z :

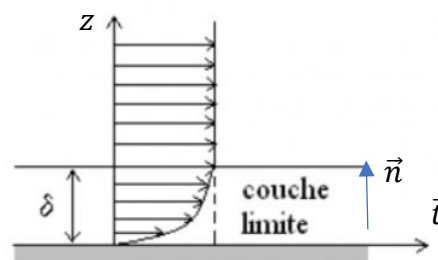


- ii) Effectuer le bilan des forces exercées par les particules 1 et 3 sur la particule de fluide 2



- iii) Proposer une écriture générale des équivalents volumiques des forces pressantes et de viscosité sur une particule de fluide de volume dV .

- c) Profil du champ des vitesses



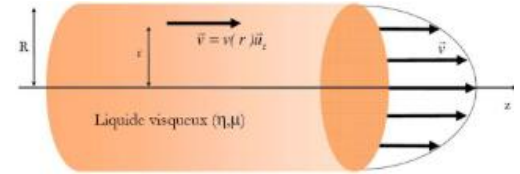
Pour un fluide réel en écoulement laminaire « pas trop rapide » $Re = \frac{\rho v R}{\eta} < 2000$ dans une conduite de rayon R

Pour un fluide réel en écoulement turbulent $Re = \frac{\rho v R}{\eta} > 2000$ dans une conduite de rayon R

Pour un fluide parfait : fluide dont on néglige la viscosité $\eta = 0$

On considère un écoulement dans une conduite cylindrique, horizontale d'un fluide réel avec les hypothèses suivantes :

- Un fluide visqueux de coefficient de viscosité dynamique η est compris dans un cylindre d'axe Oz , de rayon R . On se place dans les coordonnées cylindriques (r, θ, z) .
- On suppose l'écoulement axial : $\vec{v} = v_z(r, \theta, z, t)\vec{u}_z$
- On suppose que le problème est à symétrie de révolution : $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$.
- On suppose l'écoulement stationnaire : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- On suppose le fluide incompressible.
- On néglige la pesanteur
- $\vec{\Delta}v_z(r)\vec{u}_z = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\right)\vec{u}_z$



- i) Montrer qu'une particule de fluide suit un mouvement rectiligne uniforme. On donne

$$\text{div}\vec{v} = \frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

- ii) En considérant l'équivalent volumique de forces pressantes ainsi que la force de viscosité

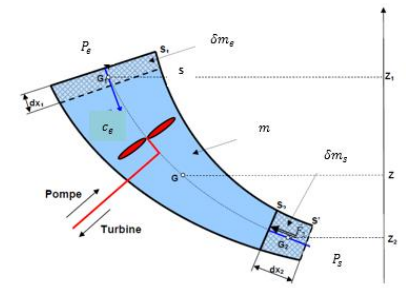
montrer que $\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\eta}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right)$

- iii) Justifier que $v_z(r) = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$ où $v_0 = v(r = 0)$

- iv) Sur une longueur L , on mesure une chute de pression ΔP . Montrer que l'écoulement vérifie une loi d'Ohm hydraulique : $|\Delta P| = R_h D_v$

II- Ecoulement stationnaire d'un fluide parfait et incompressiblea) Position du problème

Soit un tube de courant, centrée autour d'une ligne de courant, suffisamment étroit pour que la pression P soit uniforme sur toute section droite. Le système fermé étudié est délimité entre les sections S_1 et S_2 à l'instant t et entre les sections S et S' à l'instant $t + dt$.

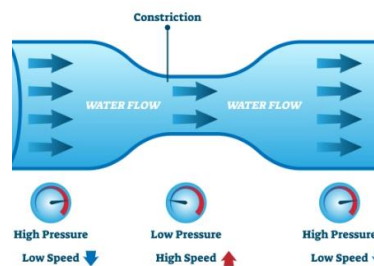
b) Hypothèses

- On va supposer l'écoulement stationnaire
- On va étudier un fluide incompressible et on note $v = \frac{1}{\rho}$ le volume massique
- On va supposer le fluide parfait et donc négliger tous les phénomènes diffusifs : donc pas de transfert thermique $q = 0$ et pas d'effet visqueux $\eta = 0$. L'écoulement sera alors isentropique.

c) Application du 1^{er} principe au système fermé

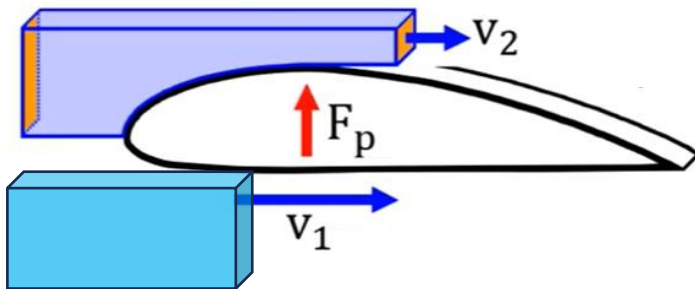
Rappeler le premier principe des systèmes en écoulement stationnaire en prenant en considération les hypothèses précédentes

i) En utilisant la relation de Bernoulli, expliquer les variations suivantes :

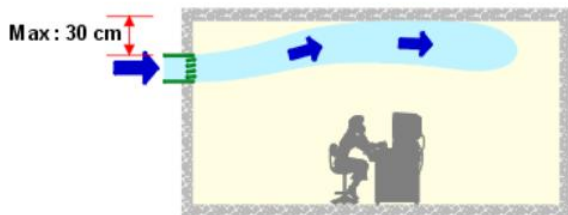


ii) Expliquer les expériences suivantes :

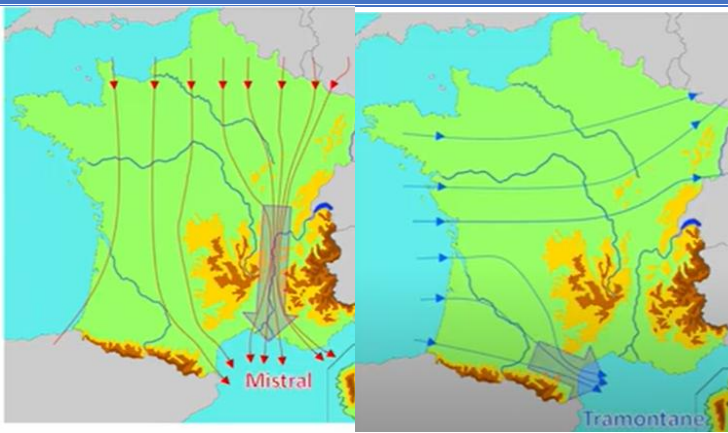
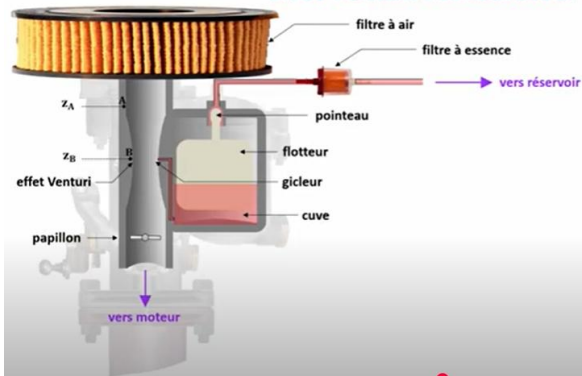
Portance d'une aile d'avion



Mauvaise ventilation d'une pièce

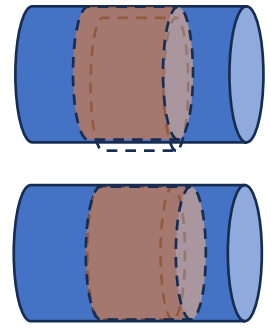


Effet Venturi : carburateur



III- Écoulement stationnaire d'un fluide réel et incompressiblea) Perte de charge régulière

On considère un fluide réel, incompressible en écoulement stationnaire dans un capillaire en conservant un point de vue purement mécanique. D'après le théorème de l'énergie mécanique appliquée entre t et $t + dt$:



Où $w_f < 0$ est le travail massique des forces de viscosité qui dissipe l'énergie mécanique du fluide dans la conduite.

Pour un capillaire horizontal de section constante et entre deux sections distantes de L : $\Delta_s \frac{P}{\rho} = w_f$

On peut mener un bilan de puissance : $D_m \Delta_s \frac{P}{\rho} = D_v \Delta_s P = P_f$

Or $|\Delta_s P| = R_h D_v$ où R_h est appelée résistance hydraulique, donc $|P_f| = R_h D_v^2$

b) Perte de charge singulière

Ce type de perte se produit quand la conduite impose des brusques variations de directions. Pour ces pertes $w_f = -K \frac{c^2}{2}$ avec K une constante fonction de la géométrie de la canalisation.

