

Corrigé du DM2

1) Avec le 1^e premier principe des systèmes fermés, on a (avec un écoulement stationnaire, dans une conduite horizontale $\Delta_s e_p = 0$ et calorifugée $q = 0$) $\delta m \left(u(t+dt) - u(t) + \frac{c^2(t+dt) - c^2(t)}{2} \right) = \delta m w$ $\left(u(z+dz) - u(t) + \frac{c^2(z+dz) - c^2(z)}{2} \right) = P(z)v(z) - P(z+dz)v(z+dz)$ $dh + \frac{dc^2}{2} = 0$ Avec l'hypothèse du gaz parfait, on a : $\frac{R\gamma}{M(\gamma-1)} dT = -\frac{dc^2}{2}$	1/ si démo portant du 1^e pp bien posée 1/ si les hypothèses sont associées aux simplifications du 1^e pp
2) Le débit massique D_m vérifie une relation du type $D_m = \mu^\phi c^\psi S^\beta$ où ϕ, ψ et β sont des constantes. On a : $Dim(D_m) = Dim(\mu)^\phi \times Dim(c)^\psi \times Dim(S)^\beta$ $MT^{-1} = M^\phi L^{-3\phi} L^\psi T^{-\psi} L^{2\beta}$ On obtient un système de 3 équations : $\begin{cases} 1 = \phi \\ -1 = -\psi \\ 0 = -3\phi + 2\beta + \psi \end{cases}$ Donc $D_m = \mu c S$	/1 point si l'équation aux dimensions bien posée /1,5 pour l'expression correcte du débit (0,5 point par coef)
3) On a $D_m = \mu c S = Cte$ pour cet écoulement stationnaire, donc : $\ln(\mu c S) = Cte$ $\ln(\mu) + \ln(c) + \ln(S) = Cte$ $\frac{d\mu}{\mu} + \frac{dc}{c} + \frac{dS}{S} = 0$	1/ pour avoir posé l'expression avec les log 1/ pour l'expression avec les différentielles
4) On peut utiliser les relations de Laplace (adiabatique, mec-rev et GP): $Tv^{\gamma-1} = Cte$ or $v = \frac{1}{\mu}$ donc $\frac{T(z)}{\mu(z)^{\gamma-1}} = Cte$	1/ pour l'énoncé de la loi de Laplace 1/ pour le lien fait avec la masse volumique
5) En utilisant encore la différentielle logarithmique : $\ln \left(\frac{T(z)}{\mu(z)^{\gamma-1}} \right) = Cte$ $\ln(T) - (\gamma-1) \ln(\mu) = Cte$ $\frac{dT}{T} - (\gamma-1) \frac{d\mu}{\mu} = 0$	/1 pour le calcul correct de la différentielle logarithmique
6) On a donc : $\begin{cases} \frac{R\gamma}{M(\gamma-1)} dT = -cdc(1) \\ \frac{d\mu}{\mu} + \frac{dc}{c} + \frac{dS}{S} = 0(2) \\ \frac{dT}{T} = (\gamma-1) \frac{d\mu}{\mu}(3) \end{cases}$ Donc : $\frac{d\mu}{\mu} = \frac{dT}{(\gamma-1)T} = -\frac{Mcdc}{\gamma RT} = -\frac{cdc}{c_0^2}$ $\frac{d\mu}{\mu} + \frac{dc}{c} + \frac{dS}{S} = -\frac{cdc}{c_0^2} + \frac{dc}{c} + \frac{dS}{S} = 0$ $\frac{dc}{c} (1 - M^2) + \frac{dS}{S} = 0$ $\frac{dc}{c} = \frac{\frac{dS}{S}}{M^2 - 1}$	/1 pour la qualité de la rédaction aboutissant à la relation demandée
7) Le résultat précédent montre que la vitesse augmente si S diminue lorsque $M < 1$ en revanche si $M > 1$ il faut que S augmente. On observe donc une tuyère avec une partie convergente et une partie divergente.	0,5 pour la partie convergente 0,5 pour la partie divergente