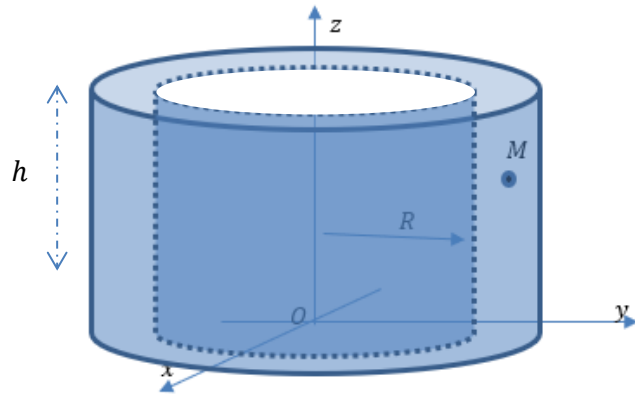


On considère un cylindre évidé d'épaisseur e , de rayon intérieur R et de hauteur h



/4

- 1) Dessiner la base cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ au point M .
- 2) Repérer sur le dessin ci-dessus les paramètres (r, θ, z) du point M de la base cylindrique ainsi qu'un élément de volume dV autour du point M .
- 3) Effectuer un calcul d'intégration permettant d'obtenir le volume V de ce cylindre évidé. Les bornes d'intégration seront à préciser.

/4

On considère un mouvement de chute d'une masse m , de vitesse v (par rapport au référentiel terrestre galiléen) et décrit par l'équation différentielle suivante : $\frac{dv}{dt} = -\frac{v}{\tau} - g = f(v)$ dans le champ de pesanteur $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ de la Terre.

- 4) Donner la relation entre l'échantillon de vitesse v_{i+1} obtenu à l'instant $t_{i+1} = t_i + T_e$ et l'échantillon v_i obtenu à t_i à partir d'une approximation de la dérivée faite avec une formule de différence finie progressive $\frac{dv}{dt} \equiv \frac{v_{i+1} - v_i}{T_e}$ et d'un schéma d'Euler implicite $f(v_{i+1})$ et explicite $f(v_i)$

- 5) Compléter le programme ci-dessous afin d'obtenir le tracé de $v(t)$ avec ces deux schémas d'Euler

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

"""constantes"""

Te=0.01#période d'échantillonnage
N=1000#nombre de points
g=10# accélération de pesanteur
tau=1#constante de temps

"""initialisation de la liste vitesse ou tableau vitesse et du temps"""

.....

.....
```

```
"""schéma d'Euler implicite"""
```

```
.....
```

```
.....
```

```
.....
```

```
.....
```

```
plt.plot(.....)
```

```
plt.show()
```

```
"""schéma d'Euler explicite"""
```

```
.....
```

```
.....
```

```
.....
```

```
.....
```

```
plt.plot(.....)
```

```
plt.show()
```

On peut résoudre avec la librairie Odeint :

```
from scipy.integrate import odeint
```

```
#exemple pour résoudre : X'=-aX
```

```
# On précise notre constante
```

```
a=0.1
```

```
# On crée la liste des temps : 1000 points entre t=0 et t=50.
```

```
temps = np.linspace(0, 50, 1000)
```

```
#état initial
```

```
X0=[10]
```

```
# L'équation différentielle est présentée sous la forme d'une fonction :
```

```
def equation(X, temps):
```

```
    return -a*X
```

```
#On résout notre équation différentielle et on récupère la liste des résultats
```

```
X=odeint(equation, X0, temps)#
```

```
#On affiche le résultat des Y en fonction du temps
```

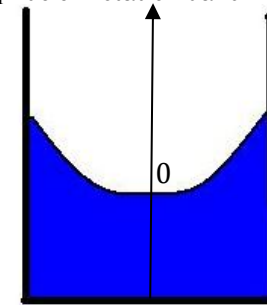
```
plt.plot(temps,X)
```

```
plt.show()
```

6) Proposer un programme permettant de résoudre l'équation différentielle

7) Calculer $\overrightarrow{\text{grad}} f$ pour $f(x, y, z) = xy + yz + zx + \frac{xyz}{a}$ (avec a constante)

8) On considère un liquide en rotation dans un béccher :



On montre alors la pression dans le verre est alors donnée par :

$$\overrightarrow{\text{grad}} P = \begin{pmatrix} \rho \omega^2 r \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

9) Trouver $P(r, z)$ en repérage cylindrique (en posant $P(r = 0, z = 0) = P_0$)