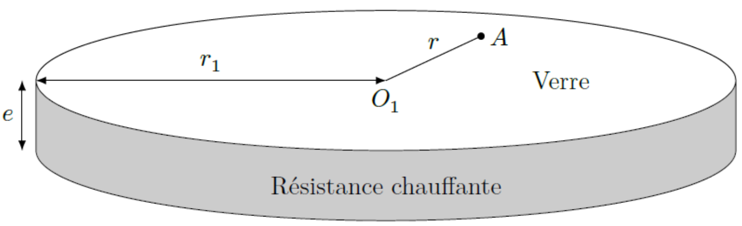
Exercice 1 (Centrale) : Dispositif antibuée d'une lunette astronomique

Pour éviter la formation de buée sur l'objectif de la lunette lors des nuits humides, on utilise une résistance chauffante, constituée d'une fine bande conductrice électriquement, cerclant la lentille L_1 au niveau de sa surface latérale. Il faut alors trouver un compromis entre :

- chauffer suffisamment l'objectif pour éviter (ou éliminer) le dépôt de buée ;
- ne pas créer une trop grande différence de température entre l'objectif et l'air extérieur, ce qui serait générateur de turbulences déformant les images.

On assimile la lentille L_1 à un cylindre de verre, de rayon $r_1 = d_1/2$ et d'épaisseur $e = 10$ mm, de conductivité thermique $\lambda = 1{,}2$ SI. La résistance transmet 10% de sa puissance chauffante à la lentille au niveau de sa surface latérale (le reste étant perdu dans l'air et dans le tube de la lunette). Aux interfaces verre/air (faces supérieure et inférieure de la lentille sur le schéma figure 5), les échanges thermiques sont modélisés par la loi de Newton, avec un coefficient d'échange $h = 5{,}0\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-1}}$. La température de l'air, quand on s'éloigne suffisamment de la lentille est uniforme et vaut T_0. On attend qu'un régime stationnaire de transferts thermiques s'établisse et on adopte le modèle d'une distribution de température $T(r)$ dans la lentille.



III.A.1) Rappeler la loi de Fourier dans le verre de la lentille. Dans quelles conditions est-elle utilisable ? Retrouver l'unité internationale de λ par analyse dimensionnelle.

III.A.2)

a) À l'aide du premier principe de la thermodynamique appliqué à la tranche de verre comprise entre r et $r+\mathrm{d}r$, montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\theta = T(r) - T_0$ peut se mettre sous la forme : $\dfrac{\delta^2}{r}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}r}\right) = \theta$.

On veillera dans cette question au sens du flux thermique. On rappelle la loi de Newton relative aux échanges thermiques : $\varphi = h(T(r) - T_0)$ où φ est le flux thermique surfacique échangé entre une paroi à la température $T(r)$ et l'air à la température T_0.

b) Montrer que $\delta = \sqrt{\dfrac{\lambda e}{2h}}$.

c) Calculer numériquement δ et en proposer une interprétation physique.

On donne $r_1 = 117mm$

Exercice 2 (Centrale) : Dispositif de refroidissement d'un module de lancement magnétique d'un train

On modélise un module de lancement par une plaque en acier non magnétique dont les dimensions sont précisées sur la figure 9 et les propriétés (masse volumique ρ_a, capacité thermique massique $c_{m,a}$) sont précisées à la fin du sujet. Juste après le lancer, la plaque possède une température $T_{\text{plaque}}(t=0) = T_0$ élevée et supposée uniforme. On suppose que les échanges thermiques entre la plaque et l'air sont de nature conducto-convective, et obéissent à la loi de Newton :

$$\varphi_{\text{plaque}\to\text{air}} = h(T_{\text{plaque}}(t) - T_{\text{air}})$$

où $\varphi_{\text{plaque}\to\text{air}}(t)$ est la puissance thermique évacuée vers l'air par unité de surface. On suppose également que la température de la plaque reste parfaitement uniforme au cours de son refroidissement, et on néglige les échanges thermiques par conduction entre la plaque et son support.

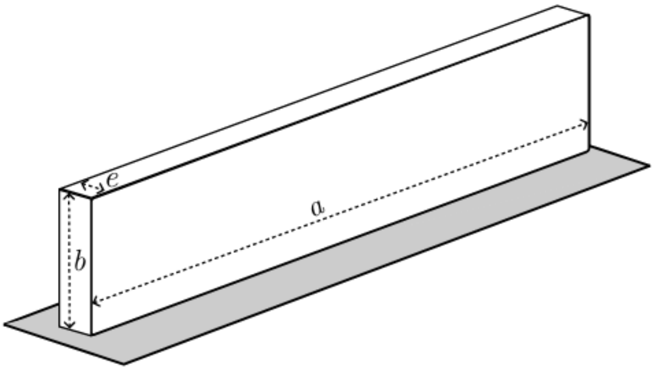


Figure 9 – Une plaque du stator

Q28. Montrer qu'on peut modéliser les échanges thermiques entre les cinq surfaces de la plaque en contact avec l'air et l'air par une résistance thermique R_{th}, dont on donnera l'expression en fonction de h et des paramètres géométriques de la plaque. Simplifier l'expression en comparant les valeurs numériques des différentes surfaces (on utilisera cette expression simplifiée dans la suite).

Q29. En effectuant un bilan thermique à la plaque, établir l'équation différentielle vérifiée par $T_{\text{plaque}}(t)$. Définir le temps caractéristique d'évolution de la température de la plaque en fonction de ρ_a, $c_{m,a}$, h et e, et faire l'application numérique pour celui-ci.

Q30. Établir l'expression littérale de $T_{\text{plaque}}(t)$ et tracer son allure.

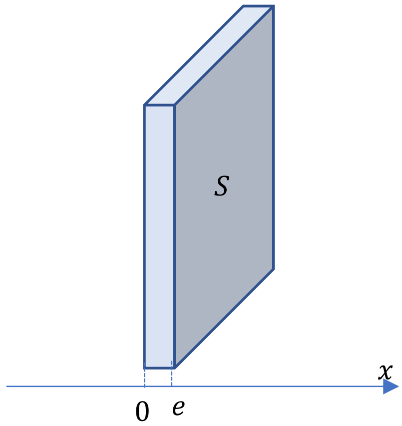
Q31. Juste après un lancer, on a $T_{\text{plaque}}(t=0) = T_0 = 50$ °C. Quelle est la température de la plaque juste avant le départ suivant ? En déduire littéralement et numériquement l'énergie thermique maximale que le système de propulsion magnétique peut céder à cette plaque au départ suivant pour que la plaque ne dépasse pas la température de T_0 après ce second lancer. On prendra $T_{\text{air}} = 20$ °C.

- Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$
- Permittivité magnétique du vide : $\mu_0 = 1{,}26 \times 10^{-6}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$
- Données sur le *Blue Fire* :
  - Accélération moyenne du train pendant la phase d'accélération : $a = 1{,}15g$
  - Durée de la phase d'accélération : $t_a = 2{,}5$ s
  - Hauteur maximale de la première figure (« fer à cheval ») par rapport à la zone de lancement : $h = 37$ m
  - Rayon du looping $R = 15$ m.
  - Masse totale d'un train et de ses passagers : $m = 10$ tonnes
  - Durée entre deux lancers successifs : $\Delta t = 2\,\mathrm{min}\,30\,\mathrm{s}$
- Données sur une plaque du stator du moteur linéaire synchrone :
  - Dimensions : $a = 1{,}0$ m, $b = 0{,}2$ m, $e = 5 \times 10^{-3}$ m
  - Masse volumique de l'acier : $\rho_a = 7{,}8 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$
  - Capacité thermique massique de l'acier : $c_a = 450\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$
  - Coefficient de conducto-convection entre l'air et la plaque : $h = 30\ \mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}}$

Exercice : Isolation thermique (CCinP)

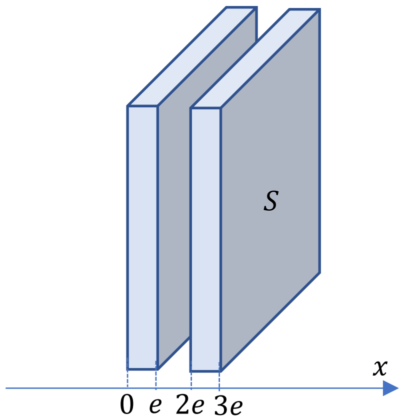
I- Résistance thermique

a) Loi de Fourier



On considère une lame de verre d'épaisseur e, de surface S et de conductivité thermique λ_v uniforme. On suppose que le champ des températures T dans cette lame ne dépend spatialement que de la variable x. On impose une température $T(0)$ en $x = 0$ et une température $T(e) < T(0)$ en $x = e$. On suppose dans toute la suite que le régime stationnaire est atteint et on néglige le transfert conducto-convectif. On note $\vec{j}$ le vecteur densité de flux thermique.

1) Enoncer la loi de Fourier et justifier que $\vec{j} = j(x)\overrightarrow{u_x}$. On donnera l'expression de $j(x)$.
2) Exprimer la puissance thermique $P_{th}(x)$ mesurée à la cote x $(0 \leq x \leq e)$ et traversant la surface S de la lame de verre en fonction de S, λ_v et $\frac{dT(x)}{dx}$.
3) Justifier que la puissance P_{th} soit indépendante de x.
4) En déduire alors que $T(0) - T(e) = R_{th}P_{th}$. On donnera l'expression de R_{th} en fonction de e, λ_v et S.



Un triple vitrage est constitué de deux lames de verre identiques de conductivité thermique λ_v, d'épaisseur e et de surface S séparées par une épaisseur e de gaz de conductivité λ_{gaz} de même surface S.

5) Donner l'expression de la résistance thermique équivalente R_{eq}.
6) On a $\lambda_{gaz} \ll \lambda_v$. Donner une expression approchée de la résistance thermique équivalente. Interpréter le résultat obtenu.

b) Isolation thermique d'une maison

Le tableau ci-dessous donne les conductances surfaciques avant puis après rénovation d'une maison :

	Avant rénovation	Après rénovation	Surface
Murs	$1\ \mathrm{W.K^{-1}.m^{-2}}$	$0{,}5\ \mathrm{W.K^{-1}.m^{-2}}$	$100\ \mathrm{m^2}$
Toiture	$0{,}5\ \mathrm{W.K^{-1}.m^{-2}}$	$0{,}1\ \mathrm{W.K^{-1}.m^{-2}}$	$100\ \mathrm{m^2}$
Fenêtres	$5\ \mathrm{W.K^{-1}.m^{-2}}$	$1\ \mathrm{W.K^{-1}.m^{-2}}$	$20\ \mathrm{m^2}$
Portes	$2\ \mathrm{W.K^{-1}.m^{-2}}$	$1\ \mathrm{W.K^{-1}.m^{-2}}$	$10\ \mathrm{m^2}$

Soit $P_{th,avant}$ la puissance thermique échangée par l'ensemble de la maison avec l'extérieur avant rénovation et $P_{th,après}$ la puissance thermique échangée par l'ensemble de la maison avec l'extérieur après rénovation.

7) Donner la valeur numérique du rapport $\frac{P_{th,avant}}{P_{th,après}}$ et interpréter la valeur obtenue.