

Chapitre 4 : Le régime magnéto-stationnaire

I- Distributions de courants :

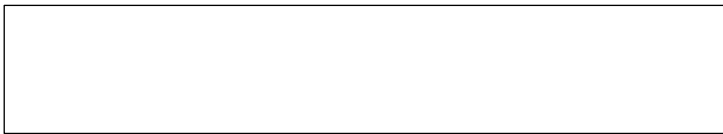
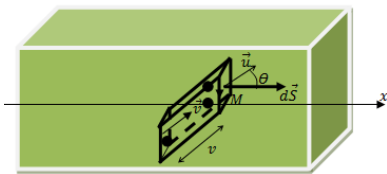
a) Intensité I du courant électrique et vecteur densité de courant \vec{j}

L'intensité I ($[I] = A$) du courant mesure la charge électrique traversant une surface S (orientée) d'un support conducteur par unité de temps.



Soit n_m ($[n_m] = m^{-3}$) la densité volumique de particules de charges q mobiles responsables du courant étudié. On définit alors :

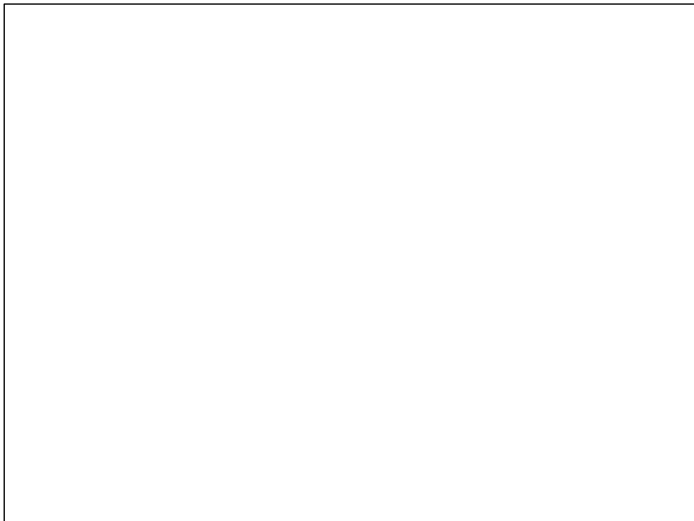
- la densité volumique de charges mobiles ρ_m ($[\rho_m] = C.m^{-3}$) par $\rho_m = n_m q$
- le vecteur densité de courant $\vec{j} = \rho_m \vec{v}$ ($[j] = A.m^{-2}$) afin de caractériser la répartition du courant.
- un élément de surface $d\vec{S}$ de la section droite S du conducteur (son orientation fixe celle du courant)



b) Circuit filiforme

Il s'agit typiquement d'un conducteur de rayon R , de longueur l tel que $R \ll l$ et alors assimilé à un circuit purement linéique. \vec{j} est alors considéré uniforme sur $S = \pi R^2$ et de même direction que \vec{S} : $I = \pm \|\vec{j}\|S$.

c) Dipôle magnétique



Analogie avec la mécanique des fluides :

Pour rappel, nous avons vu pour un écoulement :

D_m ($[D_m] = [kg.s^{-1}]$) mesure la masse de fluide traversant une surface S par unité de temps.

1^o définition : Si δm est la masse traversant la surface ouverte et orientée S pendant dt alors : $D_m = \frac{\delta m}{dt}$

2^o définition : le débit massique à travers une surface S représente le flux du vecteur $\rho(M)\vec{v}(M)$ à travers S . On définit donc le vecteur densité de flux de masse de l'écoulement $\vec{j}(M) = \rho(M)\vec{v}(M)$, $[j] = [kg.m^{-2}.s^{-1}]$ ainsi : $D_m = \iint_S \vec{j}(M).d\vec{S}(M)$.

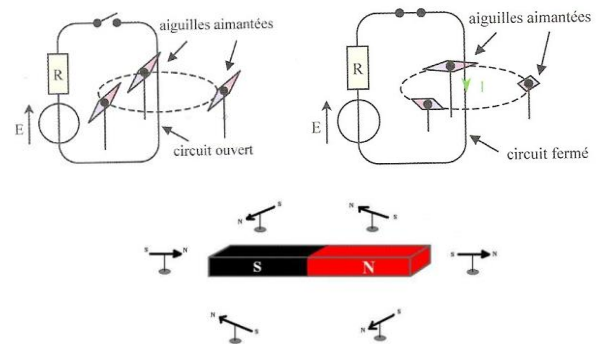
Conventions électriques

$\begin{matrix} I & \vec{v} & \vec{S} \\ \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ q > 0 \end{matrix}$ $\vec{j} = n_m q \vec{v}$ Alors $\vec{j} \cdot \vec{S} > 0$ Et $I > 0$	$\begin{matrix} I & \vec{v} & \vec{S} \\ \rightarrow & \leftarrow & \rightarrow \\ q < 0 \end{matrix}$ $\vec{j} = n_m q \vec{v}$ Alors $\vec{j} \cdot \vec{S} < 0$ Et $I < 0$	$\begin{matrix} I & \vec{v} & \vec{S} \\ \rightarrow & \rightarrow & \leftarrow \\ q > 0 \end{matrix}$ $\vec{j} = n_m q \vec{v}$ Alors $\vec{j} \cdot \vec{S} < 0$ Et $I < 0$	$\begin{matrix} I & \vec{v} & \vec{S} \\ \rightarrow & \leftarrow & \leftarrow \\ q < 0 \end{matrix}$ $\vec{j} = n_m q \vec{v}$ Alors $\vec{j} \cdot \vec{S} > 0$ Et $I > 0$
---	--	--	---

Avec cette convention, $I > 0$ s'il est orienté dans le sens de déplacement des charges positives ou dans le sens inverse de déplacement des charges négatives.

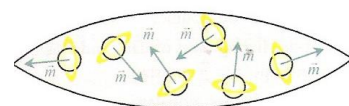
Historique

Oestred montra, en 1820, qu'un fil électrique parcouru par un courant parvient, comme un aimant, à orienter l'aiguille d'une boussole (petit aimant placé sur un axe) placée à proximité.



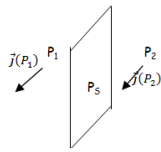
Cette expérience a permis de montrer qu'un courant électrique avait, comme un aimant, des propriétés magnétiques.

La matière est constituée d'atomes. Le seul mouvement des électrons autour du noyau explique la présence de boucles de courant (ou dipôle magnétique) au sein même de la matière (il y a aussi la rotation de l'électron sur lui-même et la rotation du noyau sur lui-même) :

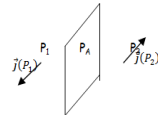


d) Plan de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courant :

Un plan (P_s) est appelé plan de symétrie d'une distribution de courant, si en deux points P_1 et P_2 , symétriques par rapport à (P_s), on a un vecteur densité de courant qui vérifie : $\vec{j}(P_1) = [Sym(\vec{j}(P_2))]_{/(P_s)}$

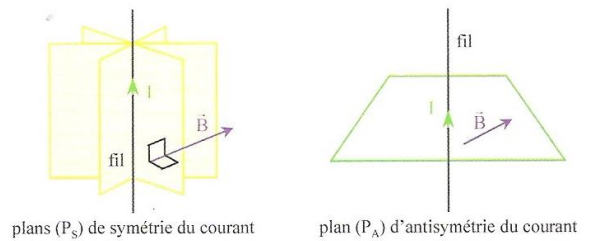


Un plan (P_a) est appelé plan d'antisymétrie d'une distribution de courant, si en deux points P_1 et P_2 , symétriques par rapport à (P_a), on a un vecteur densité de courant qui vérifie : $\vec{j}(P_1) = -[Sym(\vec{j}(P_2))]_{/(P_a)}$

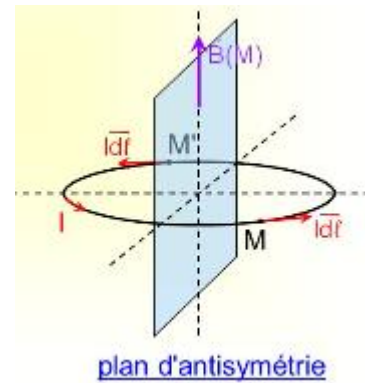


Exemples d'analyses de symétrie

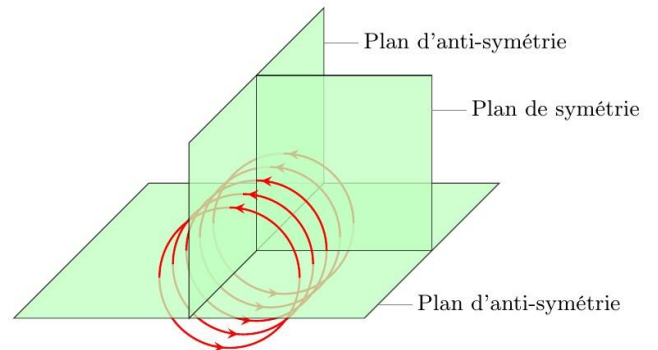
Exemple d'un fil infini



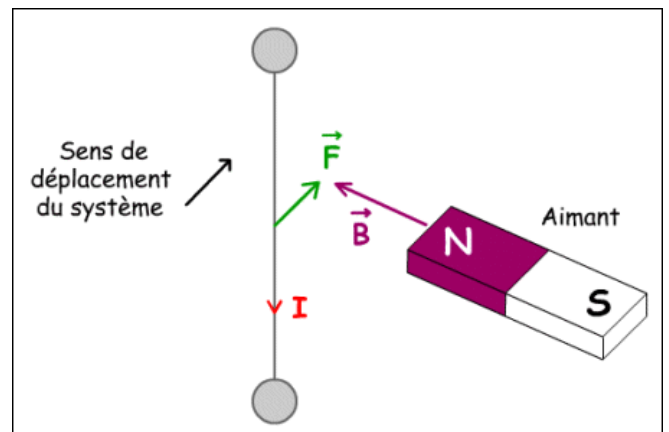
Exemple d'une spire



Exemple du solénoïde



Force de Laplace



II- Force magnétique de Laplace et Champ magnétique

a) Formule de Laplace

b) Expression du champ magnétique : énoncés des équations de Maxwell

Les équations de Maxwell de la magnétostatique relient le champ magnétostatique \vec{B} à sa source (source décrite par le vecteur densité de courant \vec{j}) :

c) Conséquences

i) Champ à flux conservatif

$div\vec{B}(M) = 0$ implique que le champ est à flux conservatif :

- Un resserrement (un évasement) d'un tube de champ se traduit par une augmentation (une diminution) du champ
- Le flux du champ magnétique à travers une surface ouverte S ne dépend que du contour sur lequel repose S
- Il ne peut exister une convergence vers un point ou une divergence à partir d'un point des lignes de champ magnétique

ii) Propriétés des lignes de champ

$\overline{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ rend compte du caractère tourbillonnaire du champ magnétostatique qui tend à tourner autour de \vec{j} et donc des sources qui l'engendre.



iii) Propriétés de symétrie du champ

La rotation de \vec{B} autour de \vec{j} implique que ces deux champs sont antisymétriques. L'analyse des symétries de la distribution de courant nous renseignera donc sur celle du champ magnétostatique :

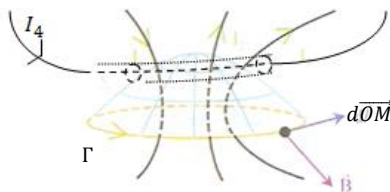


iv) Invariances du champ



v) Théorème d'Ampère :

D'après le théorème de Stokes, on peut écrire la circulation de \vec{B} sur un contour Γ fermé, orienté, sur lequel repose une surface ouverte (S) orientée corrélativement avec la règle du tire bouchon :



$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \iint_S \overline{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S \mu_0 \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

On distingue alors les courants enlacés par Γ (traversant une fois S) et les courants non enlacés par Γ (traversant deux fois S) :

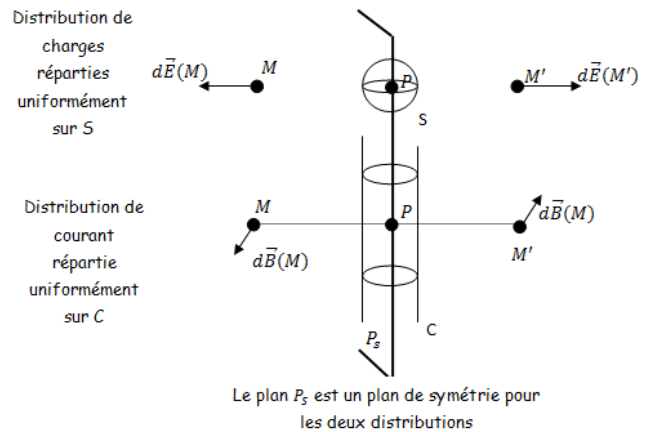
$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \iint_S \mu_0 \overline{j_{enlacé}} \cdot d\vec{S} + \iint_S \mu_0 \overline{j_{non\ enlacé}} \cdot d\vec{S}$$

$\iint_S \mu_0 \overline{j_{non\ enlacé}} \cdot d\vec{S} = 0$ car en régime stationnaire le courant est le uniforme sur une branche.

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \iint_S \mu_0 \overline{j_{enlacé}} \cdot d\vec{S} = \mu_0 I_{enlacé}$$

Principe de Curie

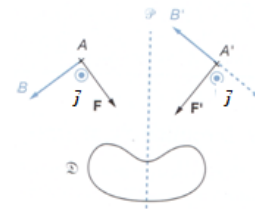
Soient une sphère S et un cylindre infini C :



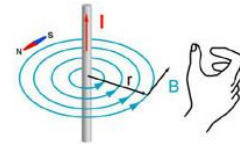
$$d\vec{B}(M') = -sym(d\vec{E}(M))$$

Le principe de Curie reste vérifié car le double produit vectoriel reliant le courant rayonnant et la force rétabli la symétrie entre causes et effets (la force de Laplace !)

Si on considère une distribution de courant D présentant un plan de symétrie \mathcal{P} , alors deux autres circuits filiformes symétriques par rapport à \mathcal{P} subissent une force de Laplace vérifiant le principe de Curie.



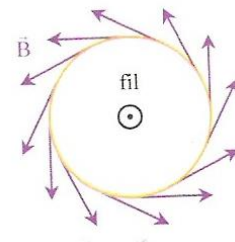
Exemple du fil conducteur supposé infini et traversé par un courant et décrit en cylindrique :



On peut repérer le plan de symétrie $(\vec{u}_r, M, \vec{u}_\theta)$ pour cette distribution de courant : \vec{B} est perpendiculaire à ce plan.

On peut repérer le plan d'antisymétrie $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ pour cette distribution de courant : \vec{B} appartient à ce plan.

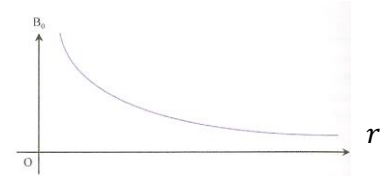
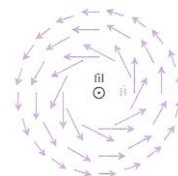
Nous savons que $\vec{B} = B_\theta(r)\vec{u}_\theta$ en repérage cylindrique car $\vec{j}(r)$. Les lignes de champ sont donc circulaires et centrées sur le fil.



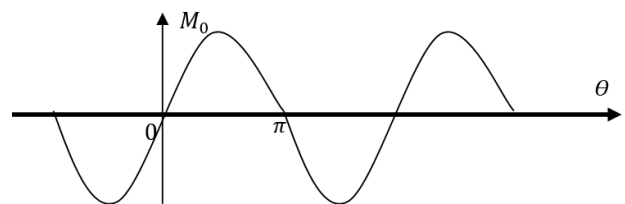
Le choix d'un contour d'Ampère circulaire de rayon r assure un calcul simple de la circulation du champ et

$$\oint \vec{B} d\vec{OM} = \oint B(r)r d\theta = 2\pi r B(r) = \mu_0 I$$

D'où $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



Position d'équilibre



En s'écartant de la position d'équilibre $\theta_{eq1} = 0$ le moment va tendre à ramener la spire en θ_{eq1} . Alors qu'en θ_{eq2} la spire tendra toujours à revenir θ_{eq1} .

La situation où le champ magnétique extérieur appliqué est dans le sens du moment magnétique est la situation d'équilibre stable. Cette situation d'équilibre stable s'accompagne alors d'un flux maximal traversant le dipôle : on parle de la règle du flux maximal

III- Applications aux machines tournantes

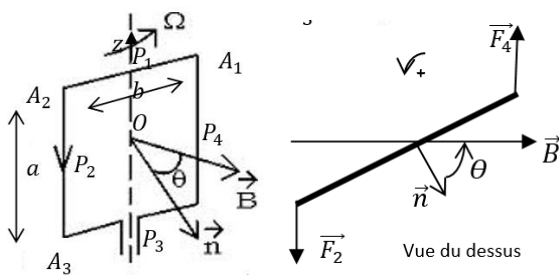
Nous allons considérer une spire C rectangulaire $(a \times b)$, susceptible d'être mise en rotation autour de l'axe Oz , parcourue par un courant d'intensité constante I et baignant dans un champ magnétostatique \vec{B} uniforme et perpendiculaire à l'axe Oz .

La force de Laplace qui s'exerce sur la spire vérifie : $\vec{F} = \oint I d\vec{l} \wedge \vec{B} = (\oint I d\vec{l}) \wedge \vec{B}$. Le circuit C étant fermé $\oint I d\vec{l} = \vec{0}$ donc la force de Laplace que subie la spire est donnée par : $I[\oint d\vec{l}] \wedge \vec{B} = \vec{0}$

Dans un champ magnétostatique uniforme, la résultante des forces appliquées à un circuit fermé est nulle.

a) Moment des forces de Laplace

Soient $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ et \vec{F}_4 les résultantes des forces de Laplace de chaque côté de C s'appliquant en leur milieu P_1, P_2, P_3 et P_4 .



b) Situations d'équilibre et dynamique

La situation d'équilibre stable est celle pour laquelle le flux de \vec{B} à travers la spire est maximal soit $\theta = 0$. Le moment des forces de Laplace explique la mise en mouvement du rotor.

Pour un MCC, le rotor est un circuit dont on inverse l'alimentation à chaque demi-rotation

Pour des machines alternatives, le rotor (dipôle magnétique) baigne dans des champs magnétiques tournant : le rotor « cherchant à s'aligner suivant \vec{B} ».