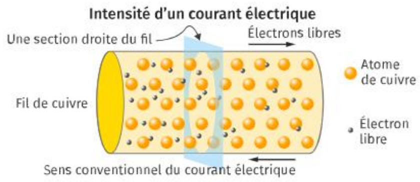
Chapitre 4 : Le régime magnéto-stationnaire

I- Distributions de courants :

a) Intensité I du courant électrique et vecteur densité de courant $\vec{j}$

L'intensité I ($[I] = A$) du courant mesure la charge électrique traversant une surface S (orientée) d'un support conducteur par unité de temps.



- Si, en régime stationnaire, on note Q la charge qui traverse S pendant Δt, quelle est alors l'expression de l'intensité I du courant ?

Soit n_m ($[n_m] = m^{-3}$) la densité volumique de particules de charges q mobiles responsables du courant étudié.

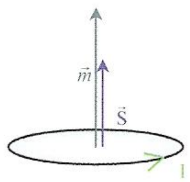
- Définir la densité volumique de charges mobiles ρ_m ($[\rho_m] = C.m^{-3}$) en fonction de n_m et q.

- Définir le vecteur densité de courant volumique $\vec{j}$ ($[j] = A.m^{-2}$) en fonction de ρ_m et de la vitesse $\vec{v}$ des charges dans le conducteur

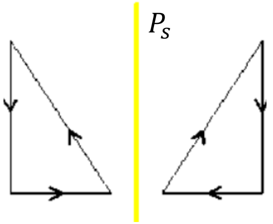
b) Circuit filiforme

Il s'agit typiquement d'un conducteur de rayon R, de longueur l tel que $R \ll l$ et alors assimilé à un circuit purement linéique. $\vec{j}$ est alors considéré uniforme sur $S = \pi R^2$ et de même direction que $\vec{S}$: $I = \pm\|\vec{j}\|S$.

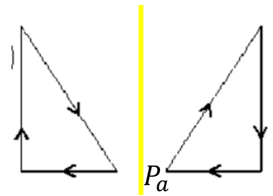
c) Dipôle magnétique permanent



d) Plan de symétrie et d'antisymétrie de la distribution de courant :

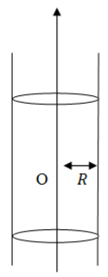
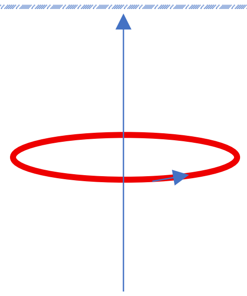
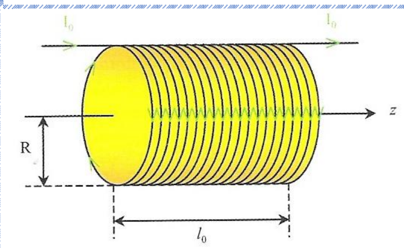
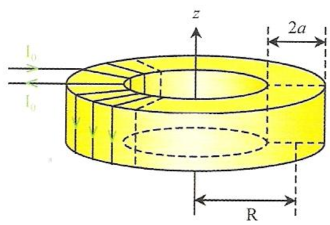


Un plan (P_S) est appelé plan de symétrie d'une distribution de courant, si en deux points P_1 et P_2, symétriques par rapport à (P_S), on a un vecteur densité de courant qui vérifie : $\vec{j}(P_1) = [Sym(\vec{j}(P_2))]_{/(P_S)}$



Un plan (P_a) est appelé plan d'antisymétrie d'une distribution de courant, si en deux points P_1 et P_2, symétriques par rapport à (P_a), on a un vecteur densité de courant qui vérifie : $\vec{j}(P_1) = -[Sym(\vec{j}(P_2))]_{/(P_a)}$

➤ Repérer les plans de symétrie et d'antisymétrie sur les distributions suivantes

Fil infini parcouru par un courant d'intensité uniforme	Spire ou dipôle magnétique permanent	Solénoïde supposé infini parcouru par un courant d'intensité uniforme	Tore parcouru par un courant d'intensité uniforme
			

II- Force magnétique de Laplace et Champ magnétique

a) Formule de Laplace

b) Expression du champ magnétique : énoncés des équations de Maxwell

Les équations de Maxwell de la magnétostatique relient le champ magnétostatique $\vec{B}$ à sa source (source décrite par le vecteur densité de courant $\vec{j}$) :

c) Conséquences

i) Champ à flux conservatif

$div\vec{B}(M) = 0$ implique que le champ est à flux conservatif :

- Un resserrement (un évasement) d'un tube de champ se traduit par une augmentation (une diminution) du champ
- Le flux du champ magnétique à travers une surface ouverte S ne dépend que du contour sur lequel repose S
- Il ne peut exister une convergence vers un point ou une divergence à partir d'un point des lignes de champ magnétique

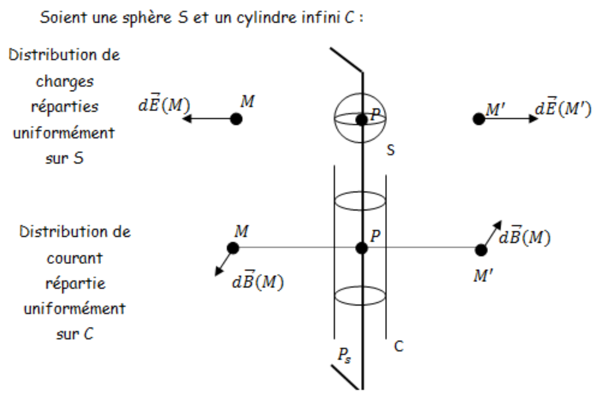
ii) Propriétés des lignes de champ

$\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}$ rend compte du caractère tourbillonnaire du champ magnétostatique qui tend à tourner autour de $\vec{j}$ et donc des sources qui l'engendre.

iii) Propriétés de symétrie du champ

$\overrightarrow{rot}\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0\vec{j}$ implique que ces deux champs sont antisymétriques. L'analyse des symétries de la distribution de courant nous renseignera donc sur celle du champ magnétostatique :

Plan P_S de symétrie de la distribution de courant	**Plan P_a d'antisymétrie de la distribution de courant**

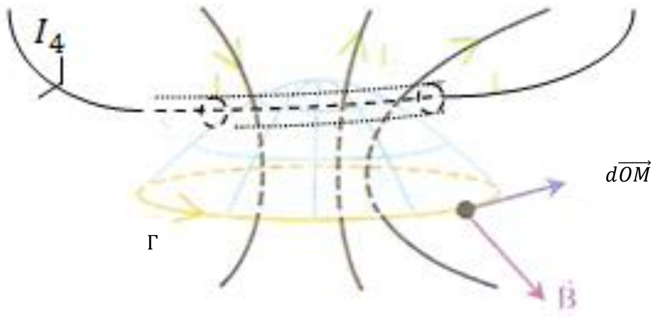


Le plan P_s est un plan de symétrie pour les deux distributions

iv) Invariances du champ

v) Théorème d'Ampère :

D'après le théorème de Stokes, on peut écrire la circulation de $\vec{B}$ sur un contour $\boldsymbol{\Gamma}$ fermé, orienté, sur lequel repose une surface ouverte (S) orientée corrélativement avec la règle du tire bouchon :



$$\oint_{\Gamma} \vec{B}.d\overrightarrow{OM} = \iint_{S} \overrightarrow{rot}\vec{B}.d\vec{S} = \iint_{S} \mu_0\vec{J}.d\vec{S}$$

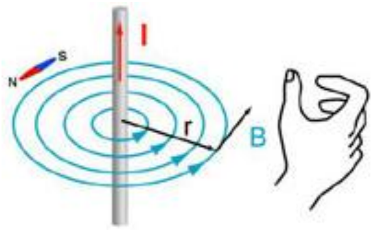
On distingue alors les courants enlacés par Γ (traversant une fois S) et les courants non enlacés par Γ (traversant deux fois S) :

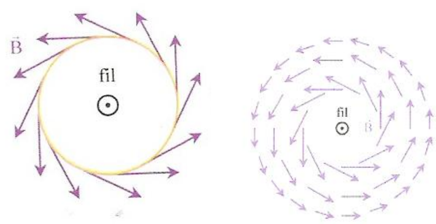
$$\oint_{\Gamma} \vec{B}.d\overrightarrow{OM} = \iint_{S} \mu_0\overrightarrow{J_{enlacé}}.d\vec{S} + \iint_{S} \mu_0\overrightarrow{J_{non\ enlacé}}.d\vec{S}$$

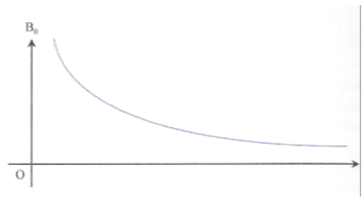
$\iint_S \mu_0\overrightarrow{J_{non\ enlacé}}.d\vec{S} = 0$ car en régime stationnaire le courant est uniforme sur une branche.

$$\oint_{\Gamma} \vec{B}.d\overrightarrow{OM} = \iint_{S} \mu_0\overrightarrow{J_{enlacé}}.d\vec{S} = \mu_0 I_{enlacé}$$

- Appliquer le théorème d'Ampère afin de déterminer le champ magnétique créé par un fil infini (de section négligeable)







r

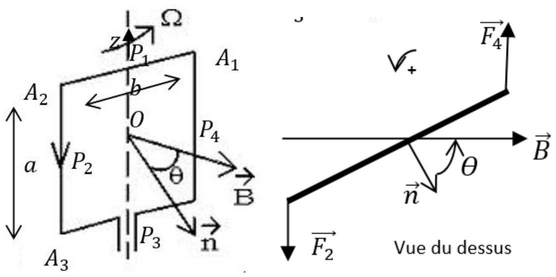
III- Applications aux machines tournantes

Nous allons considérer une spire C rectangulaire $(a \times b)$, susceptible d'être mise en rotation autour de l'axe Oz, parcourue par un courant d'intensité constante I et baignant dans un champ magnétostatique $\vec{B}$ uniforme et perpendiculaire à l'axe Oz.

➤ Déterminer la résultante des forces de Laplace

a) Moment des forces de Laplace

Soient $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ et $\vec{F_4}$ les résultantes des forces de Laplace de chaque côté de C s'appliquant en leur milieu P_1, P_2, P_3 et P_4.



➤ Déterminer le moment $\vec{M_0}$ résultant des forces de Laplace et montrer que $\vec{M_0} = \vec{m} \wedge \vec{B}$

b) Situations d'équilibre et dynamique des moteurs

Le moment des forces des forces de Laplace explique la mise en mouvement du rotor. La situation d'équilibre stable est celle pour laquelle le flux de $\vec{B}$ à travers la spire est maximal soit $\theta = 0$.

Pour un MCC, le rotor est un circuit dont on inverse l'alimentation à chaque demi-rotation

Pour des machines alternatives, le rotor (dipôle magnétique) baigne dans des champs magnétiques tournant : le rotor « cherchant à s'aligner suivant $\vec{B}$ ».