Chapitre 2 : Potentiel électrostatique - Energie potentielle électrostatique

A- Force, énergie potentielle et potentiel électrostatiques :

1) Energie potentielle électrostatique

Soit une distribution D constituée d'une seule charge ponctuelle q_P placée au point O (origine d'une base sphérique). Une charge d'essai q_M placée en M subit la force électrostatique $\vec{f} = \frac{q_P q_M}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r}$.

Le travail élémentaire de cette force est donné par :$\delta W = \vec{f}.\overrightarrow{dOM}$ et pour un contour quelconque $A \xrightarrow{\Gamma} B$ on remarque que ce travail est indépendant du chemin suivi :

2) Potentiel électrostatique

3) Relation entre potentiel et champ électrostatique

4) Propriétés du potentiel électrostatique

La relation $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}V(M)$, généralisable à toute distribution (superposition de charges ponctuelles), implique plusieurs propriétés :

- Le champ électrostatique est dirigé vers les potentiels décroissants
- Le champ électrostatique est perpendiculaire aux courbes (ou surfaces) équipotentielles.
- Une discontinuité du potentiel ($\|\overrightarrow{grad}V(M)\| \to \infty$) entraînerait un champ électrostatique infini ce qui est physiquement impossible : le potentiel électrostatique est une fonction continue de l'espace.
- Le potentiel est une fonction présentant également les mêmes symétries et antisymétries que la distribution de charges associée.

Rappel sur l'énergie potentielle

Les forces conservatives permettent la conversion de l'énergie cinétique en énergie potentielle à énergie mécanique totale constante. Pour ce type de force :

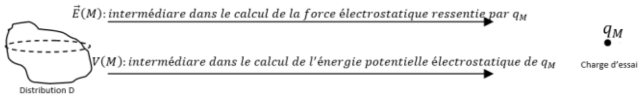
$$dW = -dE_p = \overrightarrow{f_c}.\overrightarrow{dOM}$$

Par définition de la différentielle d'une fonction de l'espace :

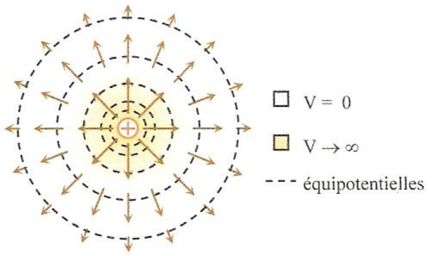
$$dE_p = \overrightarrow{grad}E_p.\overrightarrow{dOM}$$

Par identification : $\overrightarrow{f_c} = -\overrightarrow{grad}E_p$

$E_p, V, \vec{f}, \vec{E}$



Cas d'une charge ponctuelle



Potentiel et courbes équipotentielles.

B- Potentiel électrostatique d'une distribution quelconque :

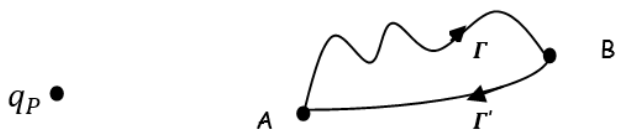
1) Potentiel électrostatique d'une distribution discrète de N charges ponctuelles

2) Distribution continue de charges

C- Circulation du champ électrostatique

1) Circulation du champ électrostatique d'une charge ponctuelle (document 1,2 e 3)

Examinons la circulation C_{AB} du champ électrostatique rayonné par une charge ponctuelle q_P sur un contour quelconque Γ orienté d'un point A à un point B : $C_\Gamma = \int_{\Gamma_{A\to B}} \vec{E}(M).d\overrightarrow{OM} = \frac{q_P}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$.



La circulation, entre deux points A et B , du champ électrostatique rayonné par une charge ponctuelle :

- Est mesurée par la variation du potentiel électrostatique $C_{AB} = \int_{\Gamma(A\to B)} \vec{E}(M).d\overrightarrow{OM} = -\int_{\Gamma(A\to B)} dV = V(A) - V(B)$
- Est nulle pour tout contour fermé $\oint \vec{E}.d\overrightarrow{OM} = 0$
- Ne dépend pas du contour ouvert considéré

2) Circulation du champ électrostatique d'une distribution quelconque

D'après le principe de superposition, $\oint \vec{E}.d\overrightarrow{OM} = 0$ est valable pour le champ électrostatique créé par toute distribution de charges. La circulation conservative du champ électrostatique implique que :

- Les lignes de champ électrostatique sont nécessairement ouvertes
- Le champ électrostatique n'est pas tourbillonnaire, ainsi d'après le théorème de Stokes $\oint \vec{E}.d\overrightarrow{OM} = \iint_S \overrightarrow{rot}\vec{E}.d\vec{S} = 0$ soit $\overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{0}$ (équation de Maxwell-Faraday en stationnaire).
- $\overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{0}$ ce qui implique aussi l'existence du potentiel scalaire V car : $\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\overrightarrow{grad}V$

Charge élémentaire

Avec $dq(P) = \rho(P)dV$ pour une distribution volumique, $dq(P) = \sigma(P)dS$ pour une distribution surfacique, $dq(P) = \lambda(P)dl$ pour une distribution linéique.

Du potentiel au champ électrique

La connaissance du potentiel électrostatique associé à une distribution de charges permet, avec la relation $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}V(M)$ ou $\vec{E}(M).d\overrightarrow{OM} = -dV(M)$, de trouver l'expression du champ $\vec{E}$.

Topographie des lignes de champ électrostatique

En postulant l'existence d'une ligne de champ fermée, on assure en tout point M de cette dernière que $\vec{E}.d\overrightarrow{OM} \neq 0$ et ainsi $\oint \vec{E}.d\overrightarrow{OM} \neq 0$. Ce résultat s'oppose à la loi de Coulomb ! Nous devons rejeter l'existence de lignes de champ électrostatique fermées