Chapitre 7 : Oem dans le vide et réfléchies sur les conducteurs

A- Onde électromagnétique dans le vide

1) Equations de propagation

On rappelle les équations de Maxwell dans le vide :

$$div\,\vec{E} = 0, div\vec{B} = 0, \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- *Equation de propagation du champ électrique :*

- *Equation de propagation du champ magnétique* :

2) Solution particulière de l'équation de propagation des Oem dans le vide : l'OPPH

En repérage cartésien, l'opérateur laplacien permet un découplage des six composantes.

$$\begin{pmatrix}\Delta E_x\\ \Delta E_y\\ \Delta E_z\end{pmatrix} - \frac{1}{c^2}\begin{pmatrix}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}\\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}\\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix}\Delta B_x\\ \Delta B_y\\ \Delta B_z\end{pmatrix} - \frac{1}{c^2}\begin{pmatrix}\frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2}\\ \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}\\ \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

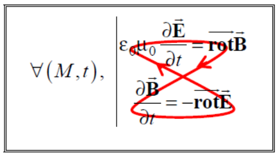
Les composantes des champs vérifient une équation linéaire de propagation de d'Alembert.

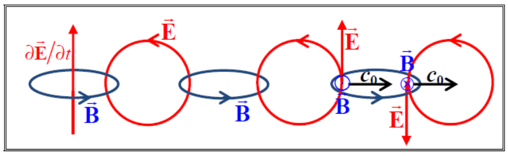
Chaque composante, notée a, a pour solution particulière une OPPH donnée par $a(M,t) = Acos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi)$ se propageant à la vitesse c dans la direction $\vec{u}$ (avec $\vec{k} = \frac{\omega}{c}\vec{u}$ vecteur d'onde perpendiculaire aux surfaces d'onde).

La solution générale de ces équations de propagation est une superposition d'OPPH, la somme portant à la fois sur la direction de propagation $\vec{u}$ et sur la pulsation ω.

Couplage des champs

Ces équations traduisent un couplage direct entre champ électrique et champ magnétique. En effet, toute variation temporelle du champ électrique induit une variation spatiale du champ magnétique dont la variation temporelle induit une variation spatiale du champ électrique dont la variation temporelle..., etc.





Rappel sur la résolution des équations de d'Alembert

Onde plane : onde pouvant être décrite qu'à l'aide d'une seule variable cartésienne et dont les surfaces d'onde sont des plans perpendiculaires à la direction de propagation $\vec{u}$. Ce type de solution est pertinente pour décrire localement une onde (où loin des sources)

Onde plane progressive : L'onde se propage sans déformation à la vitesse c et dans une direction $\vec{u}$.

Onde plane progressive harmonique : Il s'agit d'une onde plane progressive décrite par une fonction du type $cos\,(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$ et correspond à la solution particulière de l'équation de d'Alembert à 1D

3) Structures des OemPPH dans le vide

Considérons le cas d'une OemPPH se propageant dans le vide définie et décrite en repérage cartésien telle que :

$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E_0}} expj(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$ et $\underline{\vec{B}} = \underline{\vec{B_0}} expj(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$.

- *Transversalité du champ électrique*

- *Transversalité du champ magnétique*

- *Couplage $\vec{E}, \vec{B}$*

4) OPPH polarisée rectilignement

Observé dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation une OemPPH polarisée rectilignement est telle que la direction de son champ électrique associé est constante.

Rq : Pour le moment, on a 3 composantes :

$\underline{\vec{E}}(M,t) = \underline{\vec{E_0}} expj(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$ Avec $\underline{\vec{E_0}} = \begin{pmatrix} E_{0x} exp(j\phi_x) \\ E_{0y} exp(j\phi_y) \\ E_{0z} exp(j\phi_y) \end{pmatrix}$

Hypothèses pour utiliser $\vec{\nabla} \equiv -j\vec{k}$

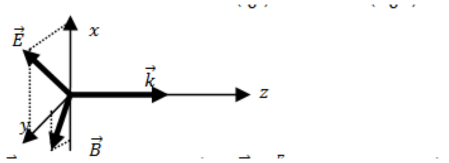
Il faut :

- Utiliser le repérage cartésien
- Traiter le cas d'une OPPH exprimée en notation complexe

Représentation d'une OemPPH

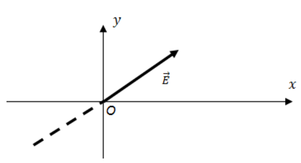
De manière générale, le champ électrique d'une OemPPH est contenu dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation et possède deux composantes orthogonales à l'instant considéré.

Pour une OemPPH se propageant dans le vide dans la direction $\vec{u_z}$, on a donc $\underline{\vec{E}} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\underline{\vec{B}} = \frac{1}{c}\begin{pmatrix} -E_y \\ E_x \\ 0 \end{pmatrix}$



OemPPH polarisée rectilignement

Si le champ électrique possède deux composantes, il est nécessaire que ces composantes soient en phases !



$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{ox}\cos(\omega t - kz) \\ E_{oy}\cos(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$

5) Aspects énergétiques :

L'énergie se propage donc bien dans le sens du vecteur d'onde. On a une densité d'énergie électromagnétique moyenne qui est donnée par :

B) Réflexion sur un conducteur

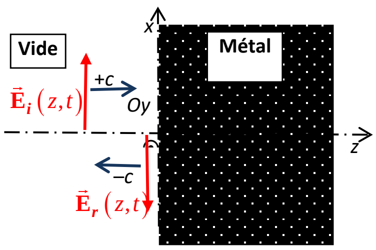
1) Champs dans un conducteur parfait

Un conducteur parfait est associé à une conductivité γ infinie. Sous l'action d'un champ électrique extérieur, un conducteur parfait présente alors une réponse inductive impliquant :

- Le champ électrique dans un conducteur parfait est nul : $\overrightarrow{E_{int}} = \vec{0}$
- L'absence de champ électrique impose l'absence de courant au sein du conducteur : $\overrightarrow{j_{int}} = \vec{0}$ (un courant surfacique est cependant possible)
- La nullité des deux champs précédents implique, d'après les équations de Maxwell, la nullité du champ magnétique au sein du conducteur

2) Réflexion en incidence normale

Soit un conducteur occupant le demi-espace $z > 0$ et une OemPPH incidente, polarisée rectilignement et telle que $\underline{\vec{E_i}} = E_{0,i} e^{j(\omega t - kz)} \overrightarrow{u_x}$



Discussion du modèle de l'OemPPH

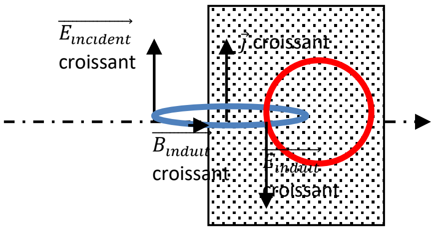
La propagation du champ électromagnétique entraîne donc celle de l'énergie électromagnétique. Le vecteur de Poynting $\vec{\pi}(M,t)$ est un champ de vecteur dont le flux à travers une surface $d\vec{S}$ va nous donner la puissance traversant cette surface.

Cette densité moyenne uniforme conduit, par intégration dans tout l'espace, à une énergie moyenne électromagnétique infinie : ce résultat rappelle le caractère non physique des OPPH prises isolément.

Effet du champ électrique sur le conducteur

L'arrivée d'une OemPPH incidente et polarisée rectilignement, notée $\underline{\vec{E_i}} = E_{0,i} e^{j(\omega t - kz)} \overrightarrow{u_x}$, sur un conducteur plan occupant le demi-espace $z > 0$ impose un mouvement oscillant à la pulsation ω des charges en surface. Ce courant surfacique est à l'origine d'un champ électrique réfléchi de même pulsation, se propageant dans un sens opposé, avec un éventuel déphasage et alors tel que $\underline{\vec{E_r}} = \underline{E_{0,r}} e^{j(\omega t + kz)} \overrightarrow{u_x}$.

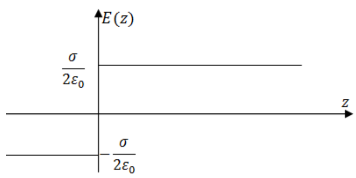
Interprétation qualitative du champ nul dans un conducteur parfait



Discontinuité du champ électrique

Dans le cas d'une distribution surfacique (σ) de charges statiques (dans un plan xoy), nous avons vue que :

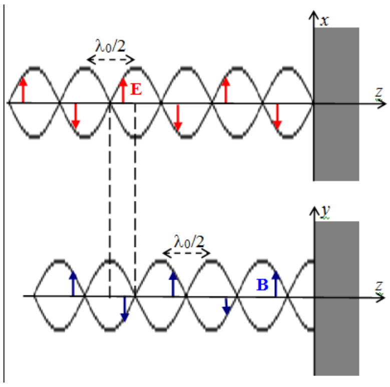
$$\Delta\vec{E} = \Delta\overrightarrow{E_\perp} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\overrightarrow{u_z}$$



Donc on a une continuité de la composante parallèle au plan du conducteur : c'est ce que nous avons admis en écrivant que

$$\underline{\vec{E_i}}(0^-,t) + \underline{\vec{E_r}}(0^-,t) = \underline{\vec{E_t}}(0^+,t) = \vec{0}$$

Nous constatons que le champ magnétique est en quadrature spatio-temporelle avec le champ électrique



Avec la relation de passage $\Delta\vec{B}(0) = \Delta\vec{B_{\parallel}}(0) = \mu_0\vec{J_s} \wedge \vec{u_z}$ alors :

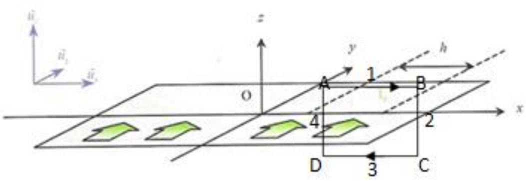
$$\mu_0\vec{J_s} \wedge \vec{u_z} = -\frac{2E_{0,i}}{c}\cos(\omega t)\,\vec{u_y}$$

Et : $\vec{J_s} = 2\varepsilon_0 c E_{0,i}\cos(\omega t)\vec{u_x}$

Ce courant est à associer directement au champ électrique incident à l'origine du mouvement des électrons en surface.

Discontinuité du champ magnétique

Dans le cas d'un courant établi sur une faible épaisseur ε alors on définit un vecteur densité de courant surfacique ($I = \iint_S \vec{j}.d\vec{S} = \int_l \vec{j}\varepsilon\, d\overrightarrow{OM} = \int_l \vec{J_s}\, d\overrightarrow{OM}$.



L'application du théorème d'Ampère prévoit également une discontinuité du champ magnétique :

$$\Delta\vec{B} = \Delta\vec{B_{\parallel}} = \mu_0\vec{J_s} \wedge \vec{u_z}$$