# Chapitre 3 : Théorème de Gauss et condensateur

## I- Théorème de Gauss :

### a) Enoncé du théorème de Gauss

En associant à la distribution de charges une densité volumique de charges $\rho(M)$, on peut écrire (avec $S$ surface de Gauss et $V$ volume délimité par cette surface) :

### b) Symétrie et invariance du champ électrostatique

Le principe de Curie postule que le champ électrostatique possède les mêmes propriétés d'invariance et de symétrie que la distribution de charges qui en est à l'origine. Il convient donc de ne pas confondre invariance et symétrie :

- L'analyse des symétries de la distribution de charges peut nous permettre de déterminer la ou les directions du champ électrostatique.
- Repérer les invariances de la distribution de charges c'est repérer la ou les variables dont ne dépend pas la fonction densité (volumique, surfacique ou linéique) de charges et revient à connaître les variables dont ne dépend pas le champ électrostatique.

## II- Conducteur, condensateur et capacité

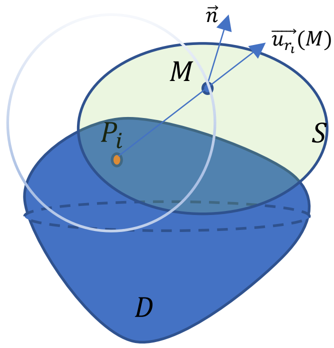
### a) Conducteur et conducteur en équilibre

Un conducteur est un corps contenant des charges libres $q$ de se déplacer sous l'action d'une force électrique (aussi petite soit-elle).

Dans un conducteur à l'équilibre, les charges sont immobiles, on a alors :

Démonstration du théorème de Gauss :

Soit $D$ une distribution quelconque de $N$ charges ponctuelles et $q_{P_i}$ une charge de $D$ située au point $P_i$.



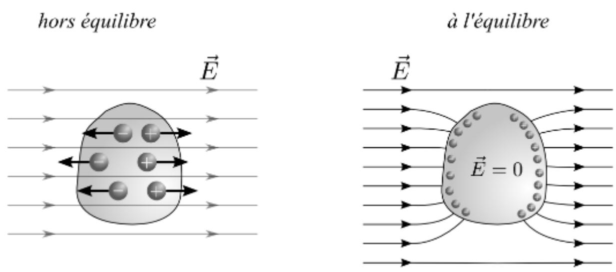

Mesurons le flux du champ électrique créé par $D$ à travers une surface $S$ fermée et quelconque.

$$\phi = \oiint \sum_{i=1}^{N} \frac{q_{Pi}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\overrightarrow{u_{ri}}.\,d\vec{Sn} = \sum_{i=1}^{N} \oiint \frac{q_{Pi}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\overrightarrow{u_{ri}}\,d\vec{Sn}$$

La quantité $dS\vec{n}.\overrightarrow{u_{r_i}}$ correspond à la projection de $d\vec{S}$ suivant $\overrightarrow{u_{ri}}$ et donc à $r_i^2 sin\theta_i d\theta_i d\varphi_i$ :

- Pour des charges dans $S$ alors pour décrire toute la surface $S : \phi = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_{Pi}}{\varepsilon_0}$
- Pour des charges extérieures $\oiint \frac{q_{Pi}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\overrightarrow{u_{ri}}\,dS\vec{n} = 0$ à cause du flux rentrant et sortant intégrés sous le même angle solide mais au signe près.

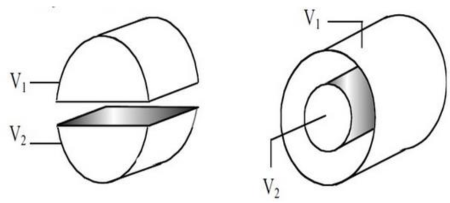
Conducteur en équilibre :




On pourra remarquer qu'à l'équilibre, les lignes de champ électrostatique sont perpendiculaires au conducteur car sa surface est une équipotentielle. Soit $\sigma(M)$ la densité surfacique en un point $M$ de la surface du conducteur alors, en appliquant le théorème de Gauss localement, on a $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$

b) Définition d'un condensateur

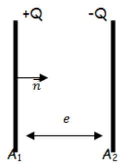
Un condensateur est constitué de deux conducteurs (conducteur $A_1$ au potentiel $V_1$ et conducteur $A_2$ au potentiel $V_2 < V_1$) chargés (en surface), séparés par un isolant et dont l'influence électrique conduit à des charges de signe opposée $+Q$ et $-Q$. La charge $Q > 0$ accumulée sous la tension $U = V_1 - V_2 > 0$ entre les conducteurs vérifie $Q = CU$ où $C > 0$ est la capacité du condensateur $[C] = [F]$.




## III- Modèle du condensateur plan

a) Description

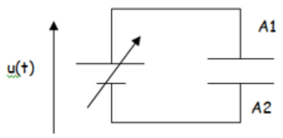
Il s'agit de deux surfaces S conductrices planes parallèles ($A_1$ et $A_2$) dont les dimensions sont grandes par rapport à la distance $e$ qui les sépare (on néglige les effets de bord). Nous allons considérer chacune des armatures comme des plans infinis et chargés respectivement avec une charge +Q et -Q




b) Capacité du condensateur plan :

c) Energie électrique d'un condensateur

On considère le circuit suivant :



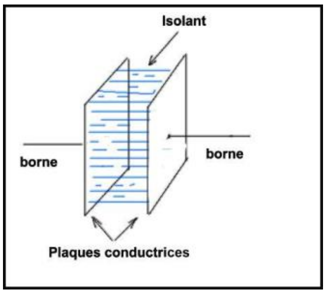

A $t = 0$ le condensateur est déchargé (pas de charge sur les armatures)

A $t$, le potentiel de $A_1$ est $v_1(t)$ et le potentiel de $A_2$ est $v_2(t)$ :$q(t) = C\big(v_1(t) - v_2(t)\big) = Cu(t)$

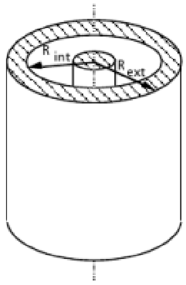
A $t_{fin}$ la tension $u(t) = U = cte$ et le condensateur se charge avec une charge $Q$ vérifiant $Q = CU$

Exemples de condensateur

Condensateur plan

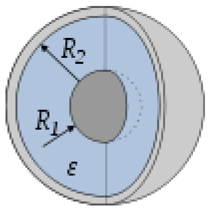



Condensateur cylindrique




*

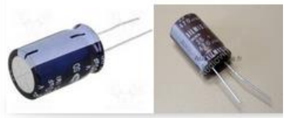
Condensateur sphérique



L'arrivée d'une charge $-dq$ sur $A_2$ entraîne une charge $+dq$ sur $A_1$. Donc, chacune de ces charges a une énergie électrique donnée respectivement par : -$dqv_2$ et $dqv_1$. On peut exprimer l'énergie électrique totale associée à ces charges élémentaires :

Remarques sur les condensateurs :

Condensateur Céramique



Condensateur Polarisé

Dans le cas d'un condensateur électrochimique sous 10V et de capacité 100$\mu$F alors l'énergie électrique emmagasinée est de l'ordre de 5mJ. En tenant compte de la géométrie d'un condensateur, on trouve une densité de l'ordre de quelques Joules par mètre cube !