

Interférence avec le dispositif des trous d'Young et par un réseau

Introduction

I) Modèle scalaire de la lumière

A) Hypothèses de travail :

Nous allons modéliser la lumière émise par un atome se désexcitant (assimilable à une source ponctuelle située en S) par une vibration de type OPPH dont l'amplitude en M est donnée par :  $a(M, t) = A_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{SM}{v}\right) + \varphi\right)$

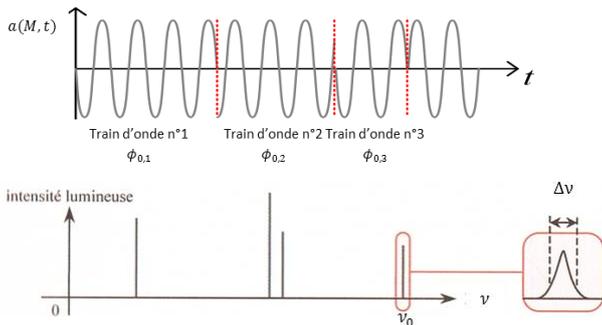


Rq : La notion de vibration lumineuse remplace celle de champ électrique mais le principe de superposition reste applicable : la vibration lumineuse totale en M et la somme des vibrations arrivant en ce point à l'instant t :  $a(M, t) = \sum a_i(M, t)$



B) Critique du modèle scalaire et de la source ponctuelle

La lumière n'est jamais purement monochromatique et d'extension infinie. Un photon est plus justement modélisé par un train de vibrations de longueur  $l_c = v \times \tau$  où  $\tau$  est le temps pendant lequel le photon est émis par l'atome-source. D'après l'analyse Fourier cela se traduit aussi par une vibration qui n'est pas parfaitement monochromatique  $\Delta\nu \approx \frac{1}{\tau}$  avec  $\nu \approx 10^{14} \text{Hz}$  pour le visible.



Lumière blanche	Lampe spectrale	Laser
$\tau \approx 10 \text{fs}$	$\tau \approx 1 \text{ns}$	$\tau \approx 1 \mu\text{s}$
$l_c \approx 1 \mu\text{m}$	$l_c \approx 10 \text{cm}$	$l_c \approx 100 \text{m}$
$\Delta\lambda = \frac{c}{\tau\nu^2} \approx 1 \mu\text{m}$	$\Delta\lambda \approx 10 \text{pm}$	$\Delta\lambda \approx 10 \text{fm}$

La nature ondulatoire de la lumière est correctement décrite par les équations de Maxwell et donc par une analyse vectorielle. Dans le vide, l'OemPPH polarisée rectilignement apparaît comme un maillon élémentaire pour décrire tous les champs. La connaissance de la composante scalaire donnant l'expression du champ électrique est alors suffisante pour décrire ce motif : l'optique ondulatoire fait l'hypothèse violente d'écarter le caractère vectoriel de la lumière en assimilant toute onde lumineuse à une grandeur scalaire...Il ne faudra donc pas s'étonner des limites du modèle si l'on superpose des ondes lumineuses dont la polarisation est différente !

En notation complexe :

Les équations linéaires de Maxwell, nous autorisent à utiliser la notation complexe :

$$a(M, t) = A_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM) + \varphi\right)$$

$$\rightarrow \underline{a}(M, t) = A_0 e^{j\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM) + \varphi\right)}$$

On définit également l'amplitude complexe :

$$\underline{a}(M) = \underline{A_0} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)}$$

Avec  $\underline{A_0} = A_0 e^{j\varphi}$

Il faut prendre des précautions pour calculer l'éclairement avec la notation complexe :

$$\mathcal{E}(M) = K \langle \text{Re}(\underline{a}(M, t) \underline{a}^*(M, t)) \rangle$$

Dans le cas de vibrations de même pulsation :

$$\mathcal{E}(M) = K \langle \text{Re}(\underline{a}(M) \underline{a}^*(M)) \rangle = K |a^2(M)|$$

Pourquoi une valeur moyenne ?

Ce calcul de l'éclairement est une valeur moyenne car, dans le visible la période typique de la lumière est de  $10^{-15} \text{s}$  alors que le temps de réponse des capteurs usuels est beaucoup plus grand :

Temps de réponse de l'oeil	Temps de réponse photodiode, capteur ccd
$\approx 10 \text{ms}$	$\approx 1 \text{ns}$

Bilan sur notre modèle

- Le modèle d'une source ponctuelle ne pourra pas être assuré expérimentalement
- Le modèle d'une source d'ondes planes parfaitement monochromatiques ne pourra pas être assuré

Pour s'en rapprocher, nous utiliserons :

- Des lasers (source quasi-monochromatiques)
- Des sources blanches diaphragmées accompagnées d'un collimateur avec éventuellement un filtre



C) Cas de deux sources ponctuellesEn notation complexe :

L'amplitude de la vibration lumineuse totale est alors donnée par :  
 $a(M, t) = a_1(M, t) + a_2(M, t)$

$$\text{Avec } a_1(M, t) = A_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(S_1 M)\right)$$

$$\text{soit } \underline{a}_1(M) = A_0 e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0}(S_1 M)}$$

$$\text{Et : } a_2(M, t) = A_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(S_2 M)\right) \text{ soit } \underline{a}_2(M) = A_0 e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0}(S_2 M)}$$

L'éclairement  $\mathcal{E}(M)$  au point  $M$  est donné par :

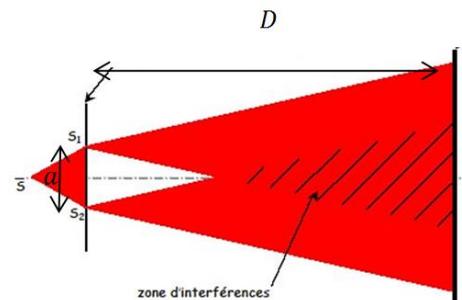
$$\mathcal{E} = K \underline{a}(M) \times \underline{a}^*(M)$$

$$\mathcal{E} = K \left( \left( \underline{a}_1(M) + \underline{a}_2(M) \right) \times \left( \underline{a}_1^*(M) + \underline{a}_2^*(M) \right) \right)$$

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0(1 + \cos\Delta\phi)$$

Nécessité de la diffraction

Pour comprendre pleinement la possibilité d'une superposition de rayons passant par  $S_1$  et  $S_2$  il faut évoquer le phénomène de diffraction. Les trous  $S_1$  et  $S_2$  de diamètre  $b$  diffractent la lumière ce qui crée deux cônes de lumière (d'ouverture angulaire de l'ordre de  $2\frac{\lambda_0}{D}$ ) pouvant se recouvrir.

II- Les trous d'Younga) Présentation

Pour obtenir deux sources cohérentes, on perce un écran de 2 trous  $S_1$  et  $S_2$  distants de  $a$ . On observe l'éclairement à une distance  $D$  (l'ensemble baignant dans un milieu homogène d'indice  $n$ ). La source  $S$ , quasi ponctuelle et monochromatique, est obtenue à l'aide d'un laser éventuellement diaphragmé.

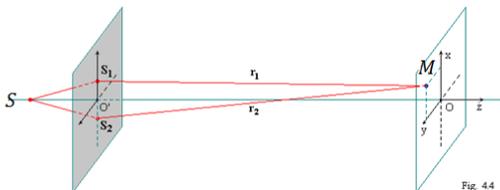


Fig. 44

On utilise les dimensions suivantes :  $a \approx 0,5\text{mm}$ , taille des trous  $b \approx 0,1\text{mm}$ ,  $D \approx 1,5\text{m}$

b) Expression de la différence de marche

Autre méthode pour obtenir  $\delta$  :

En exercice, on pourra être amené à apprécier directement que

$$\theta \approx \frac{x}{D} \approx \frac{\delta}{a}$$

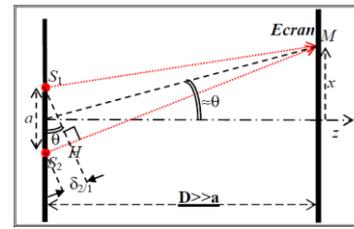
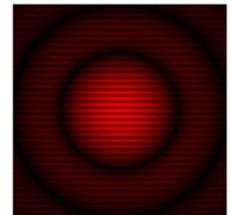
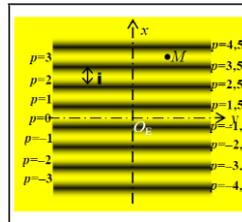


Figure d'interférence

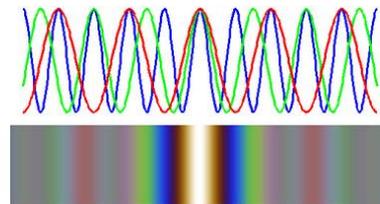
En lumière monochromatique



c) Expression de l'éclairement

L'éclairement  $\mathcal{E}(M)$  au point  $M$  est donné par :

En lumière blanche



d) Ordre d'interférence

L'éclairement présente donc une périodicité spatiale (franges brillantes, franges sombres) qui est rythmée par l'ordre d'interférence  $p$  défini par :

Cohérence spatiale et temporelle

La source  $S$  n'est pas ponctuelle mais possède une certaine étendue spatiale. Chaque point source émet des ondes incohérentes avec les autres (pulsations différentes et phases à l'origine différentes). L'éclairement est alors la somme des éclairements associés à chaque point. Ces figures d'interférence sont décalées et se brouillent, si le contraste reste bon (source peu étendue) alors on dit qu'il y a cohérence spatiale. La source  $S$  n'est pas monochromatique, mais émet dans une certaine largeur spectrale. Chaque longueur donne son propre système de frange avec son interfrange  $i = \frac{\lambda D}{a}$  : les franges se brouillent. Si le contraste reste bon, on dit qu'il y a « cohérence temporelle » (cas des spectres étroits)

Notion de contraste et expression réelle du contraste

Expérimentalement l'éclairement observé est plutôt donné par :  $\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0(1 + V \cos(2\pi p))$  où  $V$  est le facteur de visibilité ( $|V| \leq 1$ ). On définit le contraste  $C$  ( $0 \leq C \leq 1$ ) des franges afin d'apprécier le degré de cohérence des deux ondes c'est-à-dire leur « capacité à interférer » :

$$C = \frac{\mathcal{E}_{max} - \mathcal{E}_{min}}{\mathcal{E}_{max} + \mathcal{E}_{min}} = \frac{(1 + |V|) - (1 - |V|)}{(1 + |V|) + (1 - |V|)} = |V|$$

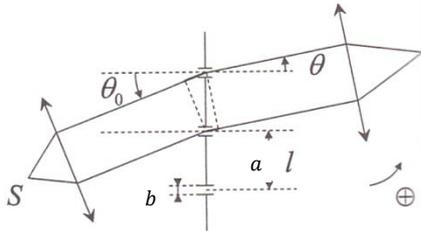
Les causes d'affaiblissement du contraste sont :

- une source  $S$  qui n'est pas ponctuelle. On a superposition et brouillage des figures d'interférences de chaque points sources (incohérentes entre elles)
- une source  $S$  qui n'est pas monochromatique. On a superposition et brouillage des figures d'interférence de chaque vibration monochromatique (incohérentes entre elles)

III- Interférence avec un réseau par transmission

A) Présentation

Un réseau par transmission est constitué de  $N$  fentes parallèles, équidistantes d'une distance  $a$  (on parle de pas du réseau) et de même largeur  $b$ . Typiquement, nous aurons  $a \approx 1,5\mu m, N = 10000, b \approx 500nm$ .



On éclaire un réseau avec un pinceau de lumière parallèle de longueur d'onde  $\lambda_0 = 500nm$  (dans le vide) et on observe la figure d'interférence à l'infini. Les ondes diffractées par chaque motif interfèrent du fait de leur cohérence.

A) Interférences constructives à N ondes

L'additivité des amplitudes complexes de vibration cohérentes entre elles conduit à une amplitude résultante maximale si toutes les ondes sont en phases.

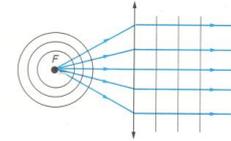


B) Relation fondamentale des réseaux

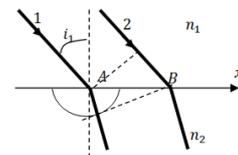


Quelques résultats importants d'optique

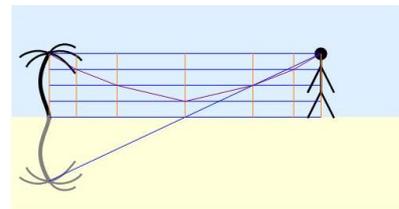
- Théorème de Malus : le vecteur d'onde est perpendiculaire à la surface d'onde (ce résultat se comprend aisément en remarquant que toute onde est localement plane). Inversement, localement, toute surface perpendiculaire au rayon est une surface d'onde c'est-à-dire une surface équiphasse)



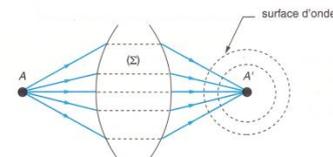
- Principe d'Huygens-Fresnel : Chaque point rencontré par la lumière se comporte comme une source secondaire émettant des ondelettes sphériques. C'est ce modèle de la lumière qui permet d'étudier le phénomène de diffraction mais aussi de réfraction



- Principe de Fermat : le chemin suivi par la lumière est est localement le plus court (ce résultat se comprend également en cellularisation un milieu non homogène en cellule homogènes. Les changements de direction conduisant au chemin optique le plus court vérifient Snell-Descartes) :



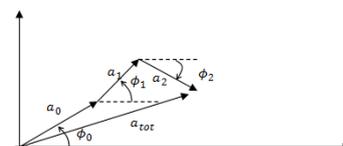
Tout système  $S$  stigmatique (comme une lentille mince) introduit un chemin optique nécessairement identique pour tous les rayons passants par le couple de points  $(A, A')$  conjugués (ce sont tous les plus courts).



- Principe de retour inverse de la lumière : le trajet suivi par la lumière est indépendant de son sens de propagation. Ce qui est en accord avec le principe de Fermat : si  $L_{AB}$  est le plus court,  $L_{BA}$  aussi !

Représentation de Fresnel

On peut comprendre les résultats ci-contre en représentant vectoriellement l'amplitude complexe de chaque onde. Par exemple pour 3 vibrations :  $a_0 e^{j\phi_0}, a_1 e^{j\phi_1}, a_2 e^{j\phi_2}$ , on a :



En superposant des ondes en phase, la vibration totale  $a_{tot}$  est d'amplitude  $a_{0tot}$  maximale.