# Chapitre 5 : Statique des fluides

## I- Pression d'un fluide et dans un fluide au repos :

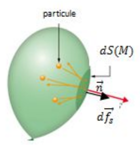
### 1) L'échelle mésoscopique

Le volume mésoscopique peut être assimilé à un volume élémentaire $dV$ : c'est un quasi-point matériel. Il est :

- suffisamment petit pour y définir des grandeurs physiques intensives uniformes
- suffisamment grand pour que le bilan des particules rentrant et sortant par l'agitation thermique puisse être nul

### 2) Force pressante et pression

Soit un élément de surface $dS$ autour d'un point $M$ et $d\vec{S}(M) = dS(M)\vec{n}$ l'élément vectoriel associé (où $\vec{n}$ est un vecteur unitaire orienté vers la normale sortante).



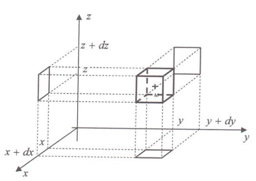

Soit $P(M)$ la pression au point $M$. On définit la force pressante $d\vec{f_S}$ exercée par le fluide au repos sur $dS$ par : $d\vec{f_S} = P(M)d\vec{S}(M)$

La résultante $\vec{F}$ des forces de pression sur une surface ouverte quelconque est donc donnée par $\vec{F} = \iint_S P(M)d\vec{S}$

## II- Relation de la statique des fluides en référentiel R Galiléen (doc 1 et 2)

### 1) Expression de la force pressante volumique

Soit un volume mésoscopique $dV = dxdydz$ au sein d'un fluide au repos dans R




Le bilan des forces de pression suivant $\vec{u_x}$ est :

$$d\vec{F_V}.\vec{u_x} = \big(P(x,y,z) - P(x+dx,y,z)\big)dydz = -\frac{\partial P}{\partial x}dV$$

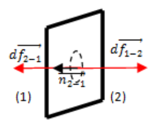
Echelles d'étude

Trois échelles d'observation d'un fluide sont possibles :

| | Echelle macroscopique | Echelle mésoscopique | Echelle microscopique |
|---|---|---|---|
| Dimension | $\geq 10cm$ | liquide $:\approx 1\mu m^3$ gaz $:\approx 1mm^3$ | $10^{-10}m$ |
| Paramètres intensifs | A priori non uniformes | Considérés uniformes | Pas de sens, car trop peu de particules |

Continuité du champ des pressions

A noter qu'aux forces de capillarité près, on peut affirmer que la pression est continue. En effet, si on isole par la pensée deux fluides par une paroi d'épaisseur nulle (et donc sans masse) alors :




$$d\vec{f_{2-1}} = -d\vec{f_{2-1}} \text{ soit } P_1 = P_2$$

Interprétation de la variation de pression

Dans un récipient, le poids va permettre l'accumulation de particules au fond et donc une concentration plus importante conduisant à une pression plus importante au fond.

- Dans le cas de l'atmosphère, l'agitation thermique permet d'observer une concentration graduée entre le sol et les hautes altitudes
- Dans les océans, les particules sont collées les unes sur les autres mais l'eau reste tout de même comprimable. Le coefficient de compressibilité isotherme de l'eau est $\chi_s \approx 10^{-10}Pa^{-1} = -\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial P} = \frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \rho_f}{\partial P} \approx \frac{1}{\rho}\frac{\Delta\rho}{\Delta P}$ sous 10 mètres d'eau $\Delta\rho_f = \chi_s\rho_f\Delta P = \chi_s\rho_f\rho_f gh$ soit $\frac{\Delta\rho_f}{\rho_f} = 10^{-3}\%$

**Commenté [A1]:** **Problématique : Pourquoi est-il plus difficile de rouvrir la porte de son frigo ?**
**Expérience de cours :**
**Visualisation des isobares d'un fluide dans un grand récipient**
**Principe des vases communicants**
**Une bouteille percée qui ne se vide pas !**

**Commenté [A2]:** Fluides = gaz ou liquide = Milieu matériel continu déformable qui n'a pas de forme propre.

**Commenté [A7]:** Le rapport 1000 entre les deux volumes est logique car nous savons qu'il existe un rapport 10 sur la distance moyenne entre deux particules d'un fluide et d'un liquide.
A noter que ces volumes sont estimés par rapport au libre parcours moyen des particules (1µm pour un gaz et 1mm pour un liquide).

**Commenté [A3]:** Mais variant continument dans l'espace d'un volume mésoscopique à un autre

**Commenté [A4]:** Dans le cas d'un écoulement, un volume fixe mésoscopique ne conserve a priori pas un nombre de particule constant. En revanche, on peut suivre un volume mésoscopique (appelé particule de fluide) au cours de son écoulement : le système est alors à nombre de particules constante (assimilable à un système fermé)

**Commenté [A5]:** Il s'agit d'un champ de pression comme en magnétostatique

**Commenté [A8]:** Ce résultat est cohérent avec une force volumique qui ne peut être infinie.
Résultat aussi valable à l'interface surface (dit libre) de séparation entre un gaz et un liquide

**Commenté [A9]:** Nous verrons que la répartition est exponentiellement décroissante dans le cadre d'une atmosphère isotherme

**Commenté [A6]:** Il s'agit de la résultante des forces de pression mais sur une surface fermée délimitant un volume.

**Commenté [A10]:** L'eau est peu compressible signifie aussi une faible variation de son volume massique s'accompagne d'une forte variation de pression !

En généralisant sur les autres faces :

$$d\overrightarrow{F_V} = -\left(\frac{\partial P}{\partial x}\overrightarrow{u_x} + \frac{\partial P}{\partial y}\overrightarrow{u_y} + \frac{\partial P}{\partial z}\overrightarrow{u_z}\right) dV$$

Un élément de volume $dV$ subit la force de pression élémentaire $d\overrightarrow{f_v} = -\overrightarrow{grad}P(M)dV$ : les forces pressantes volumiques sont orientées vers les pressions décroissantes. La quantité $\frac{d\overrightarrow{f_v}}{dV}$ est donc une force volumique.

2) Pression dans un fluide soumis uniquement à la pesanteur supposée uniforme dans $R$ Galiléen

a) La loi de la statique des fluides

Soit $\vec{g}$ le champ de pesanteur (terrestre), $\rho(M)$ la masse volumique du fluide au point $M$, alors un volume élémentaire statique c'est-à-dire en équilibre avec son poids vérifie :

$$\rho(M)\vec{g} = \overrightarrow{grad}P(M)$$

La pression augmente dans le sens de $\vec{g}$ et les isobares sont des horizontales

Si l'on choisit un axe $Oz$ ascendant alors : $-\rho(M)g = \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{dz}$ car $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0$ (unique dépendance en $z$).

b) Cas des fluides quasi-incompressible dont la température est uniforme

Dans ces conditions la masse volumique est quasi-uniforme $\rho(M) = \rho_f$ et en conservant un axe $Oz$ ascendant : $P(z) = P_0 - \rho_f g z$ avec $P(z=0) = P_0$.

c) Poussée d'Archimède

Un solide totalement immergé dans un fluide quasi-incompressible au repos subit une résultante des forces de pression, appelée poussée d'Archimède $\overrightarrow{f_a} = -\rho_f V\vec{g}$

Pour un corps flottant, la poussée d'Archimède résulte principalement des forces de pression agissant sur les parois immergées et est donnée par $\overrightarrow{f_a} = -\rho_f V_i\vec{g}$ où $V_i$ est le volume immergé dans le fluide (et donc de fluide déplacé).

Energie potentielle volumique de pression

L'expression de la force de pression volumique est caractéristique d'une force qui dérive d'une énergie potentielle volumique :

$$\frac{d\overrightarrow{f_v}}{dV} = -\overrightarrow{grad}P(M).d\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{grad}e_p(M)d\overrightarrow{OM}$$

La pression peut donc aussi s'interpréter comme une forme d'énergie (volumique) !

La loi de la statique des fluides incompressibles s'analyse comme une loi de conservation de l'énergie volumique en tout point :

$$P + \rho g z = P(z=0)$$

Poussée d'Archimède

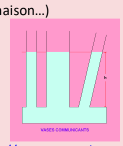
Considérons encore le cas d'un fluide incompressible dont la température est uniforme (masse volumique $\rho_f$) et au repos dans $R$. Un volume $V$ du fluide est soumis à une force de pression totale ascendante $\overrightarrow{f_a}$ car la pression est plus importante sur la partie inférieure de $V$. Ce volume à l'équilibre implique $\rho_f V\vec{g} + \overrightarrow{f_a} = \vec{0}$ soit $\overrightarrow{f_a} = -\rho_f V\vec{g}$.

**Commenté [A11]:** Nous venons de retrouver le résultat de l'analyse vectorielle :
$\oiint P(M)d\vec{S} = \iiint \overrightarrow{grad}P\, dV$.
Pour obtenir la force totale il suffit d'intégrer sur le volume de l'objet. Ainsi si la pression est uniforme, la force de pression totale est vectoriellement nulle.
De manière générale, ce sont les différences de pression qui seront associées à des situations où les forces de pression seront remarquables. Par exemple, la poussée d'Archimède résulte de l'inhomogénéité de pression

**Commenté [A12]:** Dans cette équation, on retrouve le théorème de Pascal assurant la transmission des surpressions appliquées à la surface d'un fluide au reste du fluide. C'est sur ce principe que fonctionne les presses hydrauliques.
Dans les expériences des vases communicants, modifier la position d'un récipient revient à ne plus assurer un plan horizontal isobare. Ce déséquilibre est transmis par le siphon qui assure un retour à l'équilibre

**Commenté [AM13]:** Il n'y a pas de dépendance vis-à-vis de la surface. Un fin capillaire de hauteur suffisante et rempli d'eau peut être responsable d'une forte pression.

**Commenté [AM14]:** Principe des vases communiquant : A la surface libre (en $z = 0^+$) la pression est égale à la pression atmosphérique. La continuité de la pression assure la même pression dans le fluide en $z = 0^-$. Or fixer la pression fixe la hauteur du liquide (ici 0) indépendamment de tout autre paramètre (section, inclinaison…)



https://www.youtube.com/watch?v=_4keJXSo5ko

**Commenté [A15]:** En supposant que le champ des pressions ne soit pas modifié par la présence de ce solide (pas d'effet de surface)

**Commenté [A16]:** Appelé aussi volume de carène

**Commenté [A17]:** A noter que poids du solide et poussée d'Archimède n'ont a priori par le même point d'application. Le poids s'applique au centre de masse du solide et la poussée d'Archimède s'applique au centre de masse du fluide déplacé.
Les deux sont confondus dans le cas particulier d'un objet totalement immergé et dont la masse volumique est uniforme

**Commenté [AM18]:** On néglige ici la poussée d'Archimède atmosphérique