

I- Notion de débit massique (exo 1)

A diagram showing a cross-section $S(z)$ in the z -direction. The cross-section is a square with a smaller square removed from its center, forming a cross shape. A vertical axis labeled z passes through the center. A red vertical line segment is shown to the left of the cross-section, indicating a height or distance.

Commenté [A1]: Nous reviendrons plus en profondeur sur cette notion en mécanique des fluides.
A noter que la notation δm est préférable à dm car il ne s'agit pas d'une différentielle de la fonction $m(M, t)$.

II- Position du problème

Nous allons étudier les écoulements avec les hypothèses suivantes :

Dans chaque volume de section $S(z)$ d'épaisseur dz de la conduite, on va manipuler des valeurs moyennes sur chaque section

On parle du **champ** des températures $T(z,t)$, des pressions $P(z,t)$, des masses volumiques $\rho(z,t)$... uniforme sur chaque tranche dz

Commenté [A3]: Il s'agit d'une approche analogue à celle du magnétisme de 1^{re} année

L'écoulement est stationnaire.

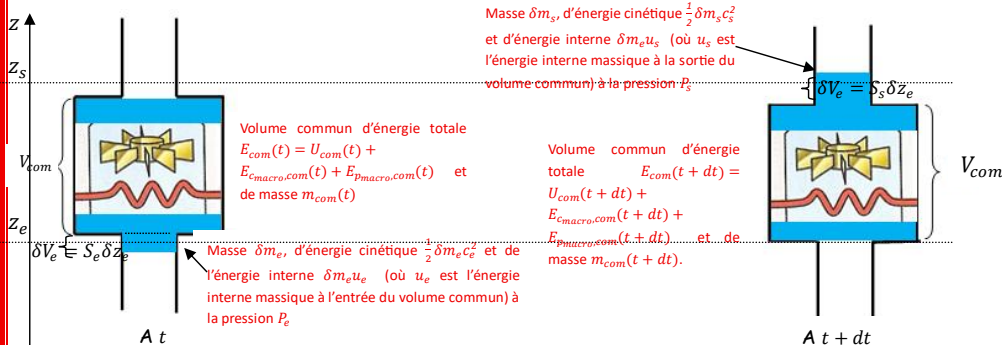
Les champs ne dépendent pas du temps :
 $T(z), P(z), \rho(z), ..$

Commenté [A2]: Dans le cas de la vitesse d'écoulement on peut se référer à la vitesse débitante $v = \frac{1}{c} \iint \vec{v}(M) \cdot d\vec{S}$.

Nous allons étudier le système **fermé** de masse m ci-dessous entre les instants t et $t + dt$:

- A t , la masse m se répartit sur le volume commun V_{com} ($m_{com}(t)$) et sur le volume δV_e de côté z_e (δm_e).
- A $t + dt$, la masse m se répartit sur le volume V_{com} ($m_{com}(t + dt)$) et sur le volume δV_s de côté z_s (δm_s).

Masse δm_s , d'énergie cinétique $\frac{1}{2} \delta m_s c_s^2$
 et d'énergie interne $\delta m_e u_s$ (où u_s est
 l'énergie interne massique à la sortie du
 volume commun) à la pression P .



Commenté [A4]: Ne pas oublier que nos connaissances actuelles n'engagent que des systèmes fermés dont la masse est constante

Commenté [A5]: A priori, le fluide peut se dilater ou être compressible et $\delta V_p \neq \delta V_c$.

III- Bilan massique

Le système étudié étant fermé, on a donc : $m_{com}(t) + \delta m_e = m_{com}(t + dt) + |\delta m_s|$

Avec l'hypothèse 2 : $m_{com}(t) = m_{com}(t + dt)$ et $\delta m_e = |\delta m_s| = \delta m$

L'hypothèse d'un écoulement stationnaire assure la conservation du débit massique en tout point de la canalisation

$$D_m = \frac{\delta m_e}{dt} = \frac{|\delta m_s|}{dt} = \frac{\delta m}{dt}.$$

IV- Bilan énergétique : Démonstration du premier principe des système en écoulement (exo 2)

Examinons le travail des forces de pression en traitant séparément le travail des forces de pression en amont et en aval :

- En amont le système est sous la pression P_e est : $\delta W_e = P_e S_e \vec{u}_e \delta z_e \vec{u}_e = P_e \delta V_e = P_e \delta m \times v_e$ où v_e est le volume massique du fluide qui rentre dans V_{om} pendant l'intervalle de temps dt .
- En aval le système est sous la pression P_s est : $\delta W_s = P_s S_s (-\vec{u}_s) \delta z_s \vec{u}_s = -P_s \delta V_s = -P_s \delta m v_s$ où v_s est le volume massique du fluide qui sort de V_{om} pendant l'intervalle de temps dt .

Soit W_i le travail, appelé travail indiqué ou utile, mis en jeu par les parties mobiles de la machine éventuellement rencontrée par le fluide : compresseur, turbine, pompe...

Commenté [A6]: Il est plus prudent de revenir à la notion de travail de force car ce travail d'admission et de refoulement existe aussi pour les fluides incompressibles donc $W = - \int p_{ext} dV$ n'est pas valable!

Commenté [A7]: Il n'y a pas de discontinuité de la pression entre deux tranches voisines du fluide donc $P_{ext} = P_e$ en entrée.

Commenté [A8]: Ce travail est logiquement négatif car le fluide est « contrarié » par la pression P_s en sortant du volume commun.

Chapitre 3

Thermodynamique

TS12

Le transfert thermique δQ à considérer est typiquement celui échangé avec les machines rencontrées par le fluide (chaudière, condenseur, évaporateur...)

Appliquons le premier principe à notre système fermé entre t et $t + dt$:

$$dU + dE_{e,macro} + dE_{p,macro} = \delta W_e + \delta W_s + \delta W_i + \delta Q$$

$$(U_{com}(t + dt) + \delta m u_s) - ((U_{com}(t) + \delta m u_e)) + \left(E_{e,macro}(t + dt) + \frac{\delta m c_s^2}{2}\right) - \left(E_{e,macro}(t) + \frac{\delta m c_e^2}{2}\right) + (E_{p,macro}(t + dt) + \delta m g z_s) - (E_{p,macro}(t) + \delta m g z_e) = P_e \delta m v_e - P_s \delta m v_s + \delta W_i + \delta Q$$

Soit, d'après l'hypothèse 2 : $\delta m \left((u_s + P_s v_s) - (u_e + P_e v_e) + \frac{c_s^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} + g z_s - g z_e \right) = \delta W_i + \delta Q$

En notant Δ_s les variations spatiales (amont-aval) : $\delta m (\Delta_s h + \Delta_s e_c + \Delta_s e_p) = \delta Q + \delta W_i$

Le 1^{er} principe des systèmes en écoulement en régime stationnaire s'écrit :

- $(\Delta_s h + \Delta_s e_c + \Delta_s e_p) = q + w_i$ en introduisant la chaleur massique q et le travail massique indiqué w_i

- $D_m (\Delta_s h + \Delta_s e_c + \Delta_s e_p) = P_Q + P_i$ en introduisant les puissances thermique P_Q et utile P_i fournies par les machines du volume commun

V- Bilan entropique (exo 3)

Appliquons le second principe au système fermé : $dS = \delta m \Delta_s s = \delta m \Delta s = \delta S_e + \delta S_c$

Le 2nd principe des systèmes ouverts en régime stationnaire ($\Delta \equiv \Delta_s$) s'écrit : $\Delta s = s_e + s_c$

Commenté [AM9]: 1^{er} pp des systèmes ouverts ou 1^{er} pp des systèmes fermés ?

Dans le cas où l'on suit une masse de fluide sur tout un cycle, le 1^{er} pp des systèmes fermés est tout à fait indiqué.

En revanche, dans le cas où l'on souhaite analyser l'effet de chaque organe sur un fluide qui est en écoulement, il est nécessaire d'appliquer le 1^{er} pp des systèmes ouverts

Commenté [A10]: Dans le cas d'un écoulement simple (sans machine) : $\Delta_s s = s_c \geq 0$

Le second principe imposera un sens d'écoulement.

Dans le cas d'un fluide incompressible, on démontre que $T \delta s_c = \delta w_f$ où δw_f est le travail massique des forces de frottement.

Si on néglige l'effet des forces visqueuses pour une transformation adiabatique alors $\Delta_s s = 0$ et alors $dh = v dp$. Pour une canalisation horizontale, de section constante, d'un écoulement stationnaire et incompressible : $dh = 0$ et donc $dp = 0$...ce qui signifie que l'écoulement est inertiel car supposé parfait.