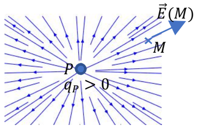
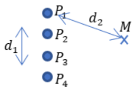
Chapitre 1 : Charge et champ électrostatique

Loi de Coulomb : Champ électrostatique $\vec{E}(V.m^{-1})$ créé par une charge ponctuelle $q_P(C)$: $\boxed{\vec{E}(M) = \frac{q_P}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}\overrightarrow{PM}}$



Principe de superposition : somme ou intégrale ?

- Si $d_1 \approx d_2$ alors le champ résultant est celui d'une distribution discrète de N charges ponctuelles : $\boxed{\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{N}\vec{E_i}(M) = \sum_{i=1}^{N}\frac{q_{Pi}}{4\pi\varepsilon_0 P_iM^3}\overrightarrow{P_iM}}$
- Si $d_1 \ll d_2$ alors la distribution de charges apparaît comme suffisamment dense (à l'échelle mésoscopique) pour définir une fonction densité (par exemple volumique ρ en $C.m^{-3}$) alors : $\boxed{\vec{E}(M) = \int_D d\vec{E}(M) = \int_D \frac{dq(P)}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}\overrightarrow{PM}}$



d_1 : Distance typique entre deux charges, d_2 : Distance typique P_iM

Principe de Curie : Intérêt ?

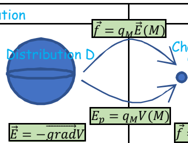
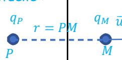
$$\boxed{\begin{cases} si\ \forall P' = [sym(P)]_{/P_s}\ et\ \rho(P) = \rho(P') : P_s\ plan\ de\ symétrie\ de\ la\ distribution \\ si\ \forall P' = [sym(P)]_{/P_a}\ et\ \rho(P) = -\rho(P') : P_a\ plan\ d'antisymétrie\ de\ la\ distribution \end{cases}}$$

$\boxed{\begin{cases} si\ M \in P_s \to \vec{E}(M) \in P_s \\ si\ M \in P_a \to \vec{E}(M) \perp P_a \end{cases}}$ Si M appartient à plusieurs pans de symétrie alors le champ $\vec{E}(M)$ appartient à leur intersection (suivant $\overrightarrow{u_{tot}}$) : $\boxed{E(M) = \int_D d\vec{E}(M).\overrightarrow{u_{tot}}}$

Force électrique : Une charge ponctuelle q_M dans un champ $\vec{E}(M)$ subie : $\vec{f} = q_M\vec{E}(M)$

Chapitre 2 et 3 : Flux et circulation : Confusions ?

Le calcul de circulation C_{AB} d'un champ de vecteur $\vec{a}$ sur un contour Γ reliant les point A et B est donné par : $\boxed{C_{AB} = \int_{\Gamma(A\to B)} \vec{a}(M).d\overrightarrow{OM}}$	Le calcul de flux ϕ d'un champ de vecteur $\vec{a}$ à travers une surface ouverte S : $\boxed{\phi = \iint_S \vec{a}(M).d\vec{S}}$
Le théorème de Stokes rend compte d'un bilan de circulation sur un contour Γ fermé et orienté : $\boxed{\oint \vec{a}.d\overrightarrow{OM} = \iint_S \overrightarrow{rot}\vec{a}.d\vec{S}}$ S est une surface quelconque reposant sur Γ et $d\vec{S}$ est un élément vectoriel de surface orienté corrélativement avec la règle du tire-bouchon	Le théorème d'Ostrogradski rend compte d'un bilan de flux à travers une surface S fermée délimitant un volume V : $\boxed{\oiint \vec{a}.d\vec{S}_{ext} = \iiint_V div\vec{a}dV}$
On peut aussi effectuer un bilan local (sur un contour élémentaire fermé) : $\boxed{dC = \sum_i \vec{a}(M).d\overrightarrow{OM_i} = \overrightarrow{rot}\vec{a}(M).d\vec{S}(M)}$ $\vec{a}$ est à circulation conservative si $\overrightarrow{rot}\vec{a} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{a}$ ne présente pas de lignes de champs fermées	On peut aussi effectuer un bilan local (à travers une surface élémentaire fermée) : $\boxed{dC = \sum_i \vec{a}(M).d\overrightarrow{S_{i,ext}} = div\vec{a}(M).dV}$ $\vec{a}$ est à flux conservative si $div\vec{a} = \vec{0} \leftrightarrow$ Si un tube de champ $\vec{a}$ s'évase (se resserre))alors la norme de $\vec{a}$ diminue (augmente).
Equation de Maxwell-Faraday : - $\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = \vec{0}}$: les lignes de champ électrostatiques ne sont pas fermées ($\vec{E}$ est à circulation conservative) - Donc $\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\overrightarrow{grad}V}$ Conséquences - V est une fonction nécessairement continue que l'on obtient par un calcul de primitive : $\boxed{\int dV = -\int \vec{E}.d\overrightarrow{OM}}$ - $\vec{E}$ est dirigé vers les potentiels décroissants et est perpendiculaire aux équipotentielles - On peut également obtenir $\vec{E}$ connaissant V	Equation de Maxwell-Gauss : - $\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ - $\boxed{\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ (équation de Poisson) car $div(\overrightarrow{grad}V) = \Delta V$ - $si\ \rho = 0$ alors $div\vec{E} = 0$ ($\vec{E}$ est à flux conservatif) et $\Delta V = 0$ (équation de Laplace) - Pour une distribution continue $\boxed{V = \int_D \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 PM}}$ avec $V(\infty) = 0$ - Pour une distribution discrète $\boxed{V = \sum \frac{q_{Pi}}{4\pi\varepsilon_0 P_iM}}$ - Pour une charge ponctuelle $\boxed{V = \frac{q_P}{4\pi\varepsilon_0 PM}}$

Distribution	Charge d'essai
Une distribution D quelconque rayonne un champ électrique $\vec{E}(M)$ et impose un potentiel $V(M)$ au point M  $\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V}$	$\boxed{\vec{f} = -\overrightarrow{grad}E_p}$ La charge d'essai est affectée d'une énergie potentielle $E_p(M)$ et est soumise à une force conservative $\vec{f}$
Cas particulier de la charge ponctuelle : $\boxed{\begin{cases}\vec{E}(M) = \frac{q_P\overrightarrow{PM}}{4\pi\varepsilon_0 PM^3} = \frac{q_P\vec{u}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ V(M) = \frac{q_P}{4\pi\varepsilon_0 PM} = \frac{q_P}{4\pi\varepsilon_0 r}\end{cases}}$ 	$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$ $\boxed{\begin{cases}\vec{f}(M) = q_M\frac{q_P\vec{u}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ E_p(M) = q_M\frac{q_P}{4\pi\varepsilon_0 PM} = q_M\frac{q_P}{4\pi\varepsilon_0 PM}\end{cases}}$

ELECTROMAGNETISME

Interactions créées par des charges fixes

Calcul de $\vec{E}$ par la loi de Coulomb

Calcul de $\vec{E}$ par le théorème de Gauss

Calcul de $\vec{E}$ à l'aide du potentiel V

Interactions crées en régime variable dans l'ARQS

Interactions créées par des charges mobiles avec $I = cte$

Couplage électromagnétique

Chapitre 3 : Théorème de Gauss et condensateur

Comment appliquer le théorème de Gauss ? $\boxed{\oiint_{Surface\ de\ Gauss}\vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}}$

- Analyse des symétries de la distribution de charges pour trouver la (ou les) direction(s) de $\vec{E}$
- Analyse des invariances de la distribution de charges pour trouver la (ou les variables) dont dépend $\vec{E}$
- On propose une surface de Gauss fermée à travers laquelle il est aisé de calculer un bilan de flux de $\vec{E}$

Attention : la surface de Gauss est à distinguer de la surface délimitant la distribution !!!!!!!!!!!!!

- Calcul du flux : $\boxed{\phi = \oiint_{Surface\ de\ Gauss}\vec{E}.d\vec{S}}$
- Calcul de Q_{int} : $charge\ à\ l'intérieur\ de\ la\ surface\ de\ GAUSS$! (plusieurs cas peuvent alors envisageables en fonction de la taille de la surface de Gauss)

Comment obtenir l'expression de la capacité d'un condensateur ?

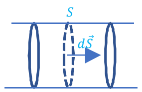
- Avec le théorème de Gauss, on obtient $E(Q)$ avec Q charge portée par le condensateur
- Le calcul d'intégration $\boxed{\int_{armature\,1}^{armature\,2}\vec{E}.d\overrightarrow{OM} = -\int_{armature\,1}^{armature\,2}dV}$ permet d'obtenir une relation du type $\boxed{Q = CU}$

On peut aussi obtenir C en remarquant que : $\boxed{U_e = \frac{1}{2}CU^2 = \iiint_{V\ condo}\frac{\varepsilon_0E^2}{2}dV}$ avec $u_e = \frac{\varepsilon_0E^2}{2}$ en $J.m^{-3}$

Chapitre 4 : Magnétostatique

Description des distributions de courant :

On définit l'intensité du courant $I(A)$ traversant une section S avec le vecteur densité de courant $\vec{j}(A.m^{-2})$: $\boxed{I = \iint \vec{j}.d\vec{S}}$ ($d\vec{S}$ et I même sens)



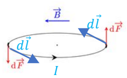
$$\boxed{\begin{cases} si\ \forall P' = [sym(P)]_{/P_s}\ et\ \vec{j}(P) = \vec{j}(P') : P_s\ plan\ de\ symétrie\ de\ la\ distribution \\ si\ \forall P' = [sym(P)]_{/P_a}\ et\ \vec{j}(P) = -\vec{j}(P') : P_a\ plan\ d'antisymétrie\ de\ la\ distribution \end{cases}}$$

$\boxed{\begin{cases}\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j} \\ div\vec{B} = 0\end{cases}}$ $\to \vec{j}\ et\ \vec{B}(T)$ sont antisymétriques l'un de l'autre : $\boxed{\begin{cases} si\ M \in P_s \to \vec{B}(M) \perp P_s \\ si\ M \in P_a \to \vec{B}(M) \in P_a\end{cases}}$

Comment appliquer le théorème d'Ampère ? $\boxed{\oint \vec{B}.d\overrightarrow{OM} = \mu_0 I_{enlacé}}$

- Analyse des symétries de la distribution de courant pour trouver la (ou les) direction(s) de $\vec{B}$.
- Analyse des invariances de la distribution de courant pour trouver la (ou les variables) dont dépend $\vec{B}$.
- On propose un contour d'Ampère fermée et orientée sur lequel il est aisé de calculer un bilan de circulation de $\vec{B}$
- Calcul de la circulation : $\boxed{C = \oint \vec{B}.d\overrightarrow{OM}}$
- Calcul de $I_{enlacé}$: $courant\ algébrique\ enlacé\ par\ le\ contour\ d'Ampère$! (plusieurs cas sont alors envisageables en fonction de la taille du contour d'Ampère)

Force et moment magnétique : Un élément de longueur $d\vec{l}(M)$ parcouru par un courant d'intensité I ($d\vec{l}$ et I même sens) et baignant dans $\vec{B}$ subit la force : $\boxed{d\vec{f} = Id\vec{l}\wedge\vec{B}(M)}$. Un dipôle magnétique subit le moment $\boxed{\vec{M} = \vec{m}\wedge\vec{B}}$ où $\vec{m} = I\vec{S}$ est le moment dipolaire.



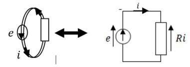
Chapitre 5 : Partie portant sur l'induction

ARQS : la période T d'excitation est telle que $T \gg \frac{d}{c}$ (avec d dimension du circuit et c vitesse de l'OEM). Dans un circuit conducteur fermé : $\boxed{div\vec{E} = 0, div\vec{B} = 0, \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}}$

Quelles sont les situations pour lesquelles le phénomène d'induction est observable ?

Soit un circuit filiforme Γ fermé et orienté. On note $\vec{B}$ le champ magnétique total et ϕ le flux de ce champ magnétique à travers une surface quelconque reposant sur Γ ($d\vec{S}$ orienté avec Γ)

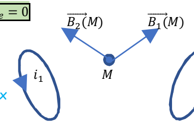
$$\boxed{e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}.d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\iint BdScos(\theta(t))}$$



- $e \neq 0$ lorsque l'angle $\theta(t)$ entre $\vec{B}$ et $d\vec{S}$ varie (alternateur, moteur asynchrone)
- $e \neq 0$ lorsque le norme $B(t)$ du champ magnétique varie (transformateur, pince ampérométrique)
- $e \neq 0$ lorsque la surface $S(t)$ où règne le champ magnétique varie (freinage par induction). Pour ce type d'induction, on a $\boxed{P_{fem} + P_{Laplace} = 0}$

Induction propre ou mutuelle ?

Le phénomène d'induction apparaît lorsque le flux total $\phi = \phi_{propre} + \phi_{mutuel}$ dépend du temps



Flux total à travers C_1	Flux total à travers C_2
Auto-induction du circuit C_1 avec un flux propre $\phi_{p1} = L_1i_1(t)$	Auto-induction du circuit C_2 avec un flux propre $\phi_{p2} = L_2i_2(t)$
Induction mutuelle avec C_2 avec un flux mutuel $\phi_{2-1} = Mi_2(t)$	Induction mutuelle avec C_1 avec un flux mutuel $\phi_{1-2} = Mi_i(t)$

Chapitre 5 : Les équations de l'électromagnétisme pour tout régime et tout milieu

- Equation de conservation de la charge : $\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} = -div\vec{j}}$
- Equation de Maxwell-Gauss : $\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$
- Equation de Maxwell-Flux : $\boxed{div\vec{B} = 0}$
- Equation de Maxwell-Faraday : $\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \leftrightarrow \oint \vec{E}.d\overrightarrow{OM} = -\iint\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.d\vec{S}}$
- Equation de Maxwell-Ampère : $\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$
- Equation de Poynting : $\boxed{\frac{\partial u_{e,m}}{\partial t} = -div\vec{\pi} - \vec{j}.\vec{E}}$ avec :
  $\boxed{u_{em} = \frac{\varepsilon_0E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}}$ (densité volumique d'énergie électromagnétique en $J.m^{-3}$)
  $\boxed{\vec{\pi} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}}$ (vecteur de Poynting en $W.m^{-2}$) et $\vec{j}.\vec{E}$ la puissance volumique donnée au charges mobiles

Chapitre 6-7 : Oem dans le vide-Réflexion sur un conducteur

Dans le vide : $\boxed{div\vec{E} = 0, div\vec{B} = 0, \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$

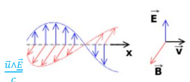
Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ vérifient alors : $\boxed{\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}}$ et $\boxed{\vec{\Delta}\vec{B} - \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}}$

Chaque composante vérifie une équation de d'Alembert $\Delta a - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0$ en posant $\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}}$

Solutions particulières possibles :

- L'onde plane progressive harmonique : $\begin{cases}\underline{\vec{E}} = \overrightarrow{\underline{E_0}}e^{j(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})} \\ \underline{\vec{B}} = \overrightarrow{\underline{B_0}}e^{j(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})}\end{cases}$. Avec $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{u} = \frac{\omega}{c}\vec{u}$ vecteur d'onde dirigé dans le sens $\vec{u}$ de propagation sans atténuation à la vitesse c (la direction $\overrightarrow{E_0}$ fixe la polarisation de l'onde)

  OPPH+cartésien $\to \underline{\vec{\nabla}} \equiv -j\vec{k}$ et $\frac{\partial}{\partial t} \equiv j\omega$. $\begin{cases} div\underline{\vec{E}} = -j\vec{k}.\underline{\vec{E}} = 0 \\ div\underline{\vec{B}} = -j\vec{k}.\underline{\vec{B}} = 0 \\ \overrightarrow{rot}\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial\underline{\vec{B}}}{\partial t} \to \underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}\wedge\underline{\vec{E}}}{\omega} = \frac{\vec{u}\wedge\underline{\vec{E}}}{c}\end{cases}$



  Cette onde est donc transversale avec $B_0 = \frac{E_0}{c}$ et $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ forment un trièdre direct

- La présence d'un conducteur parfait (conductivité $\gamma \to \infty$) impose une réflexion totale et donc une onde stationnaire telle que $\vec{E} = \overrightarrow{E_0}f(t)g(M)$ avec f et g sinusoïdales. On observe alors des nœuds et des ventres de vibrations. Entre deux nœuds, on a $\frac{\lambda_0}{2}$