

Nom : Largeaud Prénom: Enzo colle du : 03-03-25

	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	10,0	#DIV/0!
Connaître les hypothèses d'application des résultats	2			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	2			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	6,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser : Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	2			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE	4	#DIV/0!	
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	NE			
Rédiger proprement ses démarches au tableau	NE			

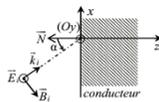
	+	-		
ajustement		*	note	#DIV/0!

Remarques : Exercice pas simple : donc difficile d'être autonome

Colle 8

Exercice : Réflexion en incidence non nulle

On considère, en notation complexes, le champ incident $\vec{E}_i = E_0 \exp(i(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})) \vec{e}_y$, se propageant dans le vide à la vitesse c et tombant en incidence quelconque sur la surface (O, x, y) d'un conducteur considéré comme parfait de conductivité réelle σ_0 occupant le demi-espace $z > 0$. Son vecteur d'onde fait un angle α avec la normale \vec{N} à la surface du conducteur. On suppose que la surface du conducteur est globalement neutre.



- Caractériser le champ électromagnétique (\vec{E}_i, \vec{B}_i) incident. Faire un schéma clair illustrant la situation. Quel est le plan d'incidence ? Exprimer ainsi \vec{E}_i et \vec{B}_i en coordonnées cartésiennes.
- a) Montrer, en se plaçant au point O , qu'il existe un champ réfléchi que l'on notera $\vec{E}_r = E_0' \exp(i(\omega_0 t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})) \vec{u}$ en supposant que le champ \vec{E}_i ait la même structure d'onde plane que le champ incident. On notera α' l'angle que fait \vec{k}_r avec la normale \vec{N} à la surface du conducteur.
- b) En déduire la pulsation ω_0 , l'amplitude E_0' et la direction de polarisation \vec{u} du champ réfléchi.
- c) Puis, en se plaçant un point $M \neq O$ sur la surface du conducteur, déterminer les composantes du vecteur unitaire portant sa direction de propagation. La réflexion suit-elle les lois de Descartes en substituant la direction des vecteurs d'onde à celle des rayons lumineux ?
- d) Exprimer ainsi \vec{E}_r et \vec{B}_r en coordonnées cartésiennes.
- Quelle est la structure du champ électrique total obtenu par superposition des champs incidents et réfléchis ? Comparer au cas de l'incidence normale. Proposer une application pratique illustrant le phénomène mis en évidence.

Exercice : Lois de Snell-Descartes de la réfraction

En vous inspirant de l'exercice précédent, retrouver la loi de la réfraction à l'interface entre deux milieux neutres et sans courants en considérant la propagation d'une OPPH de longueur λ_0 dans le vide (on supposera que tous les champs ont la même polarisation que le champ incident). On note n_1 et n_2 les indices des deux milieux.

Exercice 1 : Réflexion en incidence non nulle

On a $\vec{E}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 e^{i(\omega t - (k_i \cos \alpha z + k_i \sin \alpha x))} \\ 0 \end{pmatrix}$ et on obtient \vec{B}_i avec la relation de structure

$$\vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} k_i \sin \alpha \\ 0 \\ k_i \cos \alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 e^{i(\omega t - (k_i \cos \alpha z + k_i \sin \alpha x))} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B}_i = \frac{E_0}{c} \begin{pmatrix} -\cos \alpha \times e^{i(\omega t - (k_i \cos \alpha z + k_i \sin \alpha x))} \\ \sin \alpha \times e^{i(\omega t - (k_i \cos \alpha z + k_i \sin \alpha x))} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Si le conducteur est parfait alors la continuité de la composant tangentielle et la discontinuité éventuelle de la composante normale conduise à :

$$\vec{E}_i(z=0^-, t) + \vec{E}_r(z=0^-, t) = \vec{0}$$

C'est ce qui justifie l'existence du champ réfléchi s'il existe un champ incident

- Ce champ réfléchi résulte de l'action du champ incident sur les charges du conducteur : il est à la même pulsation (pour que la relation précédente soit valable à tout instant) et conserve la même polarisation (afin d'avoir égalité entre deux vecteurs : $\vec{E}_r = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0' e^{i(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})} \\ 0 \end{pmatrix}$)
- On reste dans le vide, donc même nombre d'onde et ce champ reste une onde transversale à la direction $\vec{k}_r = \begin{pmatrix} k_r \sin \alpha' \\ 0 \\ -k_r \cos \alpha' \end{pmatrix}$. On interdit donc une polarisation
- Si on souhaite que cette relation soit valable pour tout point de la surface alors il faut « perdre » la dépendance en z et en x :

$$E_0' e^{i(\omega t - (-k_r \cos \alpha' z + k_r \sin \alpha' x))} = -E_0 e^{i(\omega t - (k_i \cos \alpha z + k_i \sin \alpha x))}$$

Ce qui implique $\alpha = \alpha'$ (loi de la réflexion) et $E_0 = -E_0'$ (déphasage π)

$$\vec{E}_r = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0' e^{i(\omega t - (-k_r \cos \alpha' z + k_r \sin \alpha' x))} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B}_r = \frac{\vec{k}_r \wedge \vec{E}_r}{\omega} = \frac{E_0'}{c} \begin{pmatrix} \cos \alpha' \times e^{i(\omega t - (-k_r \cos \alpha' z + k_r \sin \alpha' x))} \\ 0 \\ \sin \alpha' \times e^{i(\omega t - (-k_r \cos \alpha' z + k_r \sin \alpha' x))} \end{pmatrix}$$

Donc le champ électrique totale est alors constitué d'une partie progressive et d'une partie stationnaire : $\vec{E}_{tot} = -2iE_0 e^{i(\omega t - k \sin \alpha x)} \sin(k \cos \alpha z) \vec{u}_y$

Avec une antenne, une diode gun, on peut vérifier la présence des ondes stationnaire. Au passage si $\alpha = 0$ on retrouve un champ purement stationnaire. On retrouve l'intérêt des métaux pour guider les ondes.

Exercice 2 : $\vec{E}_i(x, z, t) + \vec{E}_r(x, z, t) = \vec{E}_t(x, z, t)$

Cette relation, valable à chaque instant, implique une unique pulsation et une longueur d'onde de le milieu 1. Si on prend l'onde incidente en référence des phases alors

$$E_0 + E_0' e^{i(\vec{k}_r - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}} = E_0 e^{i(\vec{k}_i - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}} \rightarrow \begin{cases} (\vec{k}_r - \vec{k}_i) \cdot \vec{r} = 0 \\ (\vec{k}_r - \vec{k}_i) \cdot \vec{r} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = \alpha' \\ k \sin \alpha_r = k' \sin \alpha_i \end{cases}$$

Nom : Servant Prénom: Thilbault colle du: 09-12

	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	1	10	3,3	#DIV/0!
Connaître les hypothèses d'application des résultats	0			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	NE	4	#DIV/0!	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	NE			

	+	-		
ajustement			note	#DIV/0!

Remarques : ABS remplacé par Pierre => bonne maîtrise d cours (sauf relation de structure qu'il est plus simple d'utiliser si OPPH)

Colle 1 :

Exercice 1 : Equation de d'Alembert et solutions

- Démontrer l'équation de propagation du champ électrique dans le vide. On donne $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{a}) = \overrightarrow{grad}(\text{div}\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
- On considère un champ électrique donné par : $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_z$
 - Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
 - Quelle est la polarisation associée ?
 - Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente
- On considère une onde de forme quelconque donnée par $\vec{E} = f(t - \frac{z}{c})\vec{u}_z$ où f est une fonction décrivant la forme de l'onde
 - De quel type d'onde s'agit-il ?
 - Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
 - Quelle est la polarisation associée ?
 - Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente
- On considère une onde de forme quelconque donnée par $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t)\cos(kx)\vec{u}_y$
 - Que quel type d'onde s'agit-il ?
 - Quelle est la polarisation associée ?
 - Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente

Exercice 2 : OemPPH

On va considérer la propagation, dans l'air, milieu assimilé à du vide (on note ϵ_0 la permittivité diélectrique et μ_0 la perméabilité magnétique), d'un champ électrique donné par : $\vec{E} = E_0 \exp(j\omega t - kx)\vec{u}_y$

- Vérifier que cette onde est bien solution de l'équation de propagation des OEM dans le vide
- Donner l'expression du vecteur champ magnétique \vec{B} et de son intensité B_0 .
- Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{\pi}$.
- Exprimer la valeur moyenne temporelle $\langle \vec{\pi} \rangle$ de ce vecteur en fonction de E_0 , c et μ_0
- Donner l'expression de la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique.
- Exprimer l'énergie dU_e traversant une surface S pendant dt secondes :
 - En utilisant le vecteur de Poynting moyen
 - En utilisant la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique (on notera v_e la vitesse de propagation de l'énergie)
- A quelle vitesse se propage l'énergie ?

Exercice : Equation de d'Alembert et solutions

$$\begin{cases} \text{div}\vec{E} = 0 \Leftrightarrow -j\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \Leftrightarrow \vec{k} \perp \vec{E} \\ \text{div}\vec{B} = 0 \Leftrightarrow \vec{k} \perp \vec{B} \\ \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

De plus $\Delta\vec{E} - \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

- Le champ $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_z$ se propage suivant les z croissants et est polarisé suivant \vec{u}_z . $\Delta\vec{E} = -k^2 E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_z$ et $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_z$
- On pose $u = t - \frac{z}{c}$ et $\Delta\vec{E} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \vec{u}_z = \frac{1}{c^2} f''(u)\vec{u}_z$ et $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = f''(u)\vec{u}_z$
- $\Delta\vec{E} = -k^2 E \vec{u}_y$ et $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E \vec{u}_y$

Exercice 2 :

Cette solution impose $k = \frac{\omega}{c}$

D'après Maxwell Faraday : $\vec{B} = \frac{\vec{u}\wedge\vec{E}}{c} = -\frac{E_0}{c} \exp(j\omega t - kx)\vec{u}_x$. Donc $B_0 = \frac{E_0}{c}$

Par définition : $\vec{\pi} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}$

Si on utilise la notation complexe : $\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \text{Re}(\vec{E} \wedge \vec{B}^*) = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} \vec{e}_x = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} \vec{e}_x$

Avec la notation réelle $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$ et se ramène à la valeur moyenne d'un cosinus carré : $\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} \vec{e}_x$

$$dU_e = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} S dt = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 S c dt$$

$$dU_e = u_{em} S v_e dt = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 S v_e dt$$

Donc $v_e = c$

Nom : Jonet Prénom: Paul colle du: 09-12

	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	1	10	5,0	13,0
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	6,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	2			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

ajustement

+	-	note	13
---	---	------	----

Remarques : Après un moment "d'absence" sur les concepts de polarisation et de propagation, le reste de la colle était bon

Colle 3

Les véhicules modernes disposent de l'ouverture centralisée à partir d'une commande intégrée à la clé. Suivant la fonction que veut mettre en oeuvre l'opérateur (ouverture des portes, fermeture...), un signal est émis par la clé sous forme d'onde électromagnétique.

III.1. Rappeler l'expression des équations de Maxwell dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide. On précisera les unités du champ magnétique \vec{B} et du champ électrique \vec{E} .

III.2. Déduire des équations de Maxwell l'équation de propagation vectorielle vérifiée par le champ électrique \vec{E} dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide.

On considère une onde électromagnétique pour laquelle l'expression du champ électrique est donnée en coordonnées cartésiennes par la formule : $\vec{E}(x,t) = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \vec{e}_y^2$ où E_0 est une constante positive, ω est la pulsation de l'onde et t la variable temporelle.

III.3. À partir de l'expression de \vec{E} , préciser la direction et le sens de propagation de l'onde considérée.

III.4. Montrer que cette onde vérifie l'équation de propagation déterminée à la question III.2 à condition que ϵ_0 et μ_0 soient reliées par une relation que l'on déterminera.

III.5. À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday déterminer l'expression du champ magnétique \vec{B} de cette onde en fonction de E_0 , ϵ_0 , ω , x , t et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

On rappelle l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à une onde électromagnétique (\vec{E} , \vec{B}) :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

III.6. Quelle est la signification physique de ce vecteur? Quelle est son unité?

III.7. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ relatif à l'onde considérée.

III.8. On note $\langle \vec{\Pi} \rangle$ la valeur moyenne de $\vec{\Pi}$ au cours du temps. Exprimer $\langle \vec{\Pi} \rangle$ en fonction de ϵ_0 , E_0 , μ_0 et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

La clé émet une onde de puissance moyenne $P = 50$ mW répartie uniformément dans toutes les directions de l'espace de manière sphérique.

III.9. Déterminer à $d = 10$ m la valeur de $\langle \vec{\Pi} \rangle$. En déduire l'intensité du champ électrique E_0 et l'intensité du champ magnétique B_0 de l'onde.

III.10. Comment doit-on placer une antenne constituée d'un cadre conducteur rectiligne formant un carré pour détecter le champ magnétique? Illustrer votre réponse d'un schéma.

III.11. La fréquence de l'onde émise est $f = 400$ MHz. En déduire la valeur de sa longueur d'onde.

1. Relation constitutives $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$

$$\text{Maxwell-Gauss } \text{div}(\vec{E}) = 0, \quad \text{Maxwell-Faraday } \text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{E} \text{ en V.m}^{-1}$$

$$\text{Maxwell-Thomson } \text{div}(\vec{B}) = 0, \quad \text{Maxwell-Ampère } \text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \vec{B} \text{ en T}$$

2. $\vec{\Delta} \vec{E} = \text{grad}(\text{div}(\vec{E})) - \text{rot}(\text{rot}(\vec{E})) = -\text{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t} \text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$$\text{donc } \boxed{\vec{\Delta} \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$$

3. Le terme en $\left(t - \frac{x}{c}\right)$ est caractéristique d'une propagation selon les x croissantes.

4. $\vec{E} = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \vec{e}_y$ soit $E_x = 0$, $E_z = 0$ et $E_y = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$

$$\vec{\Delta} \vec{E} = \left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}\right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2}\right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\right) \vec{e}_z$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \vec{e}_y \quad \text{De l'équation de propagation, on déduit } \boxed{\frac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0}$$

5. $\text{rot}(\vec{E}) = \frac{\partial E_z}{\partial x} \vec{e}_y - \frac{\partial E_y}{\partial z} \vec{e}_x = -\frac{\partial E_y}{\partial z} \vec{e}_x$

$$\text{Maxwell Faraday } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial z} \vec{e}_x \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \vec{e}_x \Rightarrow \vec{B} = -\frac{1}{c} E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \vec{e}_x + \vec{C}$$

$$\text{Onde = pas de terme statique donc } \vec{C} = \vec{0}, \quad \boxed{\vec{B} = -\frac{1}{c} E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \vec{e}_x}$$

6. Le vecteur de Poynting $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ est en W.m^{-2} . Il donne la direction de propagation de l'énergie et on flux est la puissance instantanée traversant une surface.

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{c \mu_0} E_0^2 \cos^2\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \vec{e}_x \wedge \vec{e}_x \Rightarrow \boxed{\vec{\Pi} = \frac{1}{c \mu_0} E_0^2 \cos^2\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \vec{e}_x}$$

$$8. \langle \cos^2 \rangle = \frac{1}{2} \text{ donc } \boxed{\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2 c \mu_0} E_0^2 \vec{e}_x}$$

9. Une puissance moyenne $P = 0,05$ W sont répartis sur une sphère de surface

$$4 \pi d^2 = 1257 \text{ m}^2 \text{ d'où un vecteur de Poynting moyen } \boxed{\langle \vec{\Pi} \rangle = 40 \mu\text{W.m}^{-2}}$$

$$\text{or } \langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2 c \mu_0} E_0^2 \text{ donc } \boxed{E_0 = 0,17 \text{ V.m}^{-1}} \text{ et } \boxed{B_0 = \frac{E_0}{c} = 5,8 \cdot 10^{-10} \text{ T}}$$

10. Le cadre doit être orienté pour que \vec{B} ait un bon flux au travers.

$$\text{La loi de Lenz-Faraday sur l'induction } \mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \text{ explique}$$

l'apparition d'une f.e.m. dans ce cadre.

$$11. \lambda = \frac{c}{f} = 75 \text{ cm}$$

