Nom : Beaumatin **Prénom: Gabriel** **colle du: 04-02-25**

	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	0	10	1,7	6,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	0			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

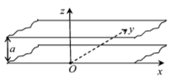
	+	-		
ajustement	*		note	8

Remarques : Le cours : il faut connaître davantage ton cours ! *2

Colle 9

Exercice 1 : propagation en zig zag

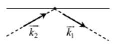
Le champ électrique se propageant dans un guide d'onde plan, formé de deux plans conducteurs parfaits de dimensions transversales infinies, localisés en $z=0$ et $z=a$, est de la forme $\vec{E}=A(z)\cos((\omega t-kx))\vec{e_y}$ où $A(z)=E_0\sin\left(\frac{n\pi}{a}z\right)$ avec $n\in\mathbb{N}^*$.



1. Quel est le champ complexe associé au champ entre les plans ?

2. Montrer que ce champ peut être interprété comme la superposition de deux champs de la forme $\vec{E}_{1,2}=\frac{E_0}{2}\sin\left(\omega t-\vec{k}_{1,2}\cdot\vec{r}\right)\vec{e_y}$, dont les vecteur d'onde respectif sont $\vec{k_1}=k\vec{e_x}-\frac{n\pi}{a}\vec{e_z}$ et $\vec{k_2}=k\vec{e_x}+\frac{n\pi}{a}\vec{e_z}$.

3. Montrer ainsi que l'onde guidée entre les deux plans peut s'interpréter en termes de réflexions multiples en incidence oblique entre les plans conducteurs. On admettra ici que le vecteur d'onde d'une OPPEM monochromatique est réfléchi en incidence oblique à la surface d'un conducteur en suivant les mêmes lois de Descartes que pour la réflexion d'un rayon lumineux à la surface d'un miroir.



Activité 2 : Réflexion sur un conducteur réel

On considère la propagation d'une onde électromagnétique du spectre visible dans un conducteur réel pour lequel la conductivité $\gamma\approx 10^8 S/m$ sera considérée comme constante et réelle. Le conducteur occupe le demi-espace $z>0$. On donne la constante diélectrique du vide $\varepsilon_0\approx 10^{-11}F/m$.

1) A l'aide de l'équation de Maxwell-Gauss et de l'équation de conservation de la charge, montrer qu'une accumulation de charge en volume au sein d'un conducteur n'est observable que très « brièvement ».

Dans la suite, nous pourrons considérer le milieu conducteur comme électriquement neutre.

2) Ecrire l'équation de Maxwell-Ampère et montrer que le courant de déplacement est négligeable dans nos conditions de travail.

3) Montrer alors que l'équation de propagation du champ électrique dans le conducteur est du type $\Delta\vec{E}=\mu_0\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$. Montrer que le champ magnétique vérifie le même type d'équation.

4) On considère la propagation d'un champ électrique de la forme $\underline{\vec{E}}=E_0\exp\left(i(\omega t-\underline{k}z\right)\vec{u_x}$ avec $\underline{k}$ a priori complexe pour traduire l'absorption de l'onde.
   a) Montrer que $\underline{k}=\frac{1-i}{\delta}$ où l'on précisera l'expression de δ en fonction des données du sujet.
   b) Montrer que le champ électrique est une onde amortie sur une distance caractéristique que l'on précisera.

Exercice 1 :

1. En complexe le champ entre les plans s'écrit $\underline{\vec{E}}=E_0\sin\left(\frac{n\pi}{a}z\right)\exp(i(\omega t-kx))\vec{e_y}$.

Remarquons que :

$$\sin\left(\frac{n\pi}{a}z\right)=\frac{1}{2i}\left(\exp\left(i\frac{n\pi}{a}z\right)-\exp\left(-i\frac{n\pi}{a}z\right)\right)=-\frac{i}{2}\left(\exp\left(i\frac{n\pi}{a}z\right)-\exp\left(-i\frac{n\pi}{a}z\right)\right).$$

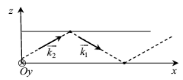
Ainsi le champ complexe entre les plans se met sous la forme :

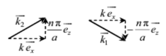
$$\underline{\vec{E}}=\frac{iE_0}{2}\left(\exp\left(i\left(\omega t-kx-\frac{n\pi}{a}z\right)\right)-\exp\left(i\left(\omega t-kx+\frac{n\pi}{a}z\right)\right)\right)\vec{e_y},\ n\in\mathbb{N}^*.$$

2. Avec $\vec{k_2}=k\vec{e_x}+\frac{n\pi}{a}\vec{e_z}$ et $\vec{k_1}=k\vec{e_x}-\frac{n\pi}{a}\vec{e_z}$, il vient :

$\underline{\vec{E}}=-\frac{iE_0}{2}\left(\exp\left(i\left(\omega t-\vec{k_1}\cdot\vec{r}\right)\right)-\exp\left(i\left(\omega t-\vec{k_2}\cdot\vec{r}\right)\right)\right)\vec{e_y}$, où $\vec{r}=x\vec{e_x}+z\vec{e_z}$. En repassant en réel, on a ainsi $\boxed{\vec{E}=\mathrm{Re}\{\underline{\vec{E}}\}=\frac{E_0}{2}\left(\sin\left(\omega t-\vec{k_1}\cdot\vec{r}\right)-\sin\left(\omega t-\vec{k_2}\cdot\vec{r}\right)\right)\vec{e_y}}$

3. L'onde entre les plans conducteurs est ainsi la superposition d'une OPPM de vecteur d'onde $\vec{k_2}=k\vec{e_x}+\frac{n\pi}{a}\vec{e_z}$ et d'une autre de vecteur d'onde $\vec{k_1}=k\vec{e_x}-\frac{n\pi}{a}\vec{e_z}$, qui peut s'interpréter comme étant issue de la réflexion en incidence oblique sur la surface du conducteur du vecteur d'onde $\vec{k_1}$. Ainsi la propagation peut s'interpréter en termes de réflexions multiples entre les plans conducteurs.





Exercice 2 :

On obtient $\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\rho}{\tau}=0$ avec $\tau=\frac{\varepsilon_0}{\gamma_0}\approx 10^{-19}s$. Ce temps est à comparer avec la période de l'onde $T\approx 0{,}5\times 10^{-15}s$. Ainsi, nous pourrons considérer le milieu comme globalement neutre en présence de l'onde.

De même, dans le domaine visible : $\left\|\frac{\mu_0\gamma_0\vec{E}}{\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}\right\|\approx\frac{\gamma_0}{\varepsilon_0\omega}\approx 10^5$ donc $\overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\gamma_0\vec{E}$

Donc : $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{E})=\overrightarrow{grad}(div\vec{E})-\Delta\vec{E}$ donne $\Delta\vec{E}=\mu_0\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

De même $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{B})=\overrightarrow{grad}(div\vec{B})-\Delta\vec{B}$ donne aussi $\Delta\vec{B}=\mu_0\gamma\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

En injectant $\underline{\vec{E}}=E_0\exp\left(i(\omega t-\underline{k}z\right)\vec{u_x}$ dans l'équation de propagation, on obtient $k^2=-j\mu_0\gamma_0\omega$ et donc $\underline{k}=\frac{1-i}{\delta}$ en posant $\delta=\sqrt{\frac{2}{\mu_0\gamma_0\omega}}$ et donc $\vec{E}=E_0e^{-z/\delta}\cos\left(\omega t-\frac{z}{\delta}\right)\vec{u_x}$

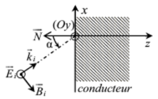
Nom :Landais Prénom: Jocelyn colle du: 3-10-24	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	8,3	13,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	2			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-		
ajustement		*	note	13

Remarques : exo 1 : exo pas simple effectué avec de l'aide

Colle 8

Exercice : Réflexion en incidence non nulle



On considère, en notation complexes, le champ incident $\underline{\vec{E}}_i = E_0 \exp\left(i(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})\right)\vec{e_y}$ se propageant dans le vide à la vitesse c et tombant en incidence quelconque sur la surface (O,x,y) d'un conducteur considéré comme parfait de conductivité réelle σ_0 occupant le demi-espace $z>0$. Son vecteur d'onde fait un angle α avec la normale $\vec{N}$ à la surface du conducteur. On suppose que la surface du conducteur est globalement neutre.

1. Caractériser le champ électromagnétique $\left(\underline{\vec{E}}_i, \underline{\vec{B}}_i\right)$ incident. Faire un schéma clair illustrant la situation. Quel est le plan d'incidence ? Exprimer ainsi $\underline{\vec{E}}_i$ et $\underline{\vec{B}}_i$ en coordonnées cartésiennes.

2. a) Montrer, en se plaçant au point O, qu'il existe un champ réfléchi que l'on notera $\underline{\vec{E}}_r = E'_0 \exp\left(i(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})\right)\vec{u}$ en supposant que le champ $\vec{E}_r$ ait la même structure d'onde plane que le champ incident. On notera α' l'angle que fait $\vec{k}_r$ avec la normale $\vec{N}$ à la surface du conducteur.

b) En déduire la pulsation ω_r, l'amplitude E'_0 et la direction de polarisation $\vec{u}$ du champ réfléchi.

c) Puis, en se plaçant un point $M \neq O$ sur la surface du conducteur, déterminer les composantes du vecteur unitaire portant sa direction de propagation. La réflexion suit-elle les lois de Descartes en substituant la direction des vecteurs d'onde à celle des rayons lumineux ?

d) Exprimer ainsi $\underline{\vec{E}}_r$ et $\underline{\vec{B}}_r$ en coordonnées cartésiennes.

3. Quelle est la structure du champ électrique total obtenu par superposition des champs incidents et réfléchis ? Comparer au cas de l'incidence normale. Proposer une application pratique illustrant le phénomène mis en évidence.

Exercice : Lois de Snell-Descartes de la réfraction

En vous inspirant de l'exercice précédent, retrouver la loi de la réfraction à l'interface entre deux milieux neutres et sans courants en considérant la propagation d'une OPPH de longueur λ_0 dans le vide (on supposera que tous les champs ont la même polarisation que le champ incident). On note n_1 et n_2 les indices des deux milieux.

Exercice 1 : Réflexion en incidence non nulle

On a $\vec{E}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 e^{i(\omega t-(k_i \cos\alpha z + k_i sin\alpha x)} \\ 0 \end{pmatrix}$ et on obtient $\vec{B}_i$ avec la relation de structure

$$\vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega} = \frac{1}{\omega}\begin{pmatrix} k_i sin\alpha \\ 0 \\ k_i cos\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 e^{i(\omega t-(k_i \cos\alpha z + k_i sin\alpha x)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B}_i = \frac{E_0}{c}\begin{pmatrix} -cos\alpha \times e^{i(\omega t-(k_i \cos\alpha z + k_i sin\alpha x)} \\ \\ sin\alpha \times e^{i(\omega t-(k_i \cos\alpha z + k_i sin\alpha x)} \end{pmatrix}$$

Si le conducteur est parfait alors la continuité de la composant tangentielle et la discontinuité éventuelle de la composante normale conduise à :

$$\vec{E}_i(z=0^-,t) + \vec{E}_r(z=0^-,t) = \vec{0}$$

C'est ce qui justifie l'existence du champ réfléchi s'il existe un champ incident

- Ce champ réfléchit résulte de l'action du champ incident sur les charges du conducteur : il est à la même pulsation (pour que la relation précédente soit valable à tout instant) et conserve la même polarisation (afin d'avoir égalité entre deux vecteurs :$\vec{E}_r = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0\prime} e^{i(\omega t - \vec{k_r}.\vec{OM})} \\ 0 \end{pmatrix}$
- On reste dans le vide, donc même nombre d'onde et ce champ reste une onde transversale à la direction $\vec{k_r}$=$\begin{pmatrix} k_i sin\alpha' \\ 0 \\ -k_i cos\alpha' \end{pmatrix}$. On interdit donc une polarisation
- Si on souhaite que cette relation soit valable pour tout point de la surface alors il faut « perdre » la dépendance en z et en x:

$$E_0'^{e^{i(\omega t-(-k_i \cos\alpha' z + k_i sin\alpha' x)}} = -E_0 e^{i(\omega t-(k_i \cos\alpha z + k_i sin\alpha x)}$$

$$Ce\ qui\ implique\ \alpha = \alpha'(loi\ de\ la\ réflexion) et\ E_0 = -E_0'(déphasagede\pi)$$

$$\vec{E}_r = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0' e^{i(\omega t-(-k_i \cos\alpha z + k_i sin\alpha x)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{B}_r = \frac{\vec{k_r} \wedge \vec{E_r}}{\omega} = \frac{E_0'}{c}\begin{pmatrix} cos\alpha' \times e^{i(\omega t-(-k_i \cos\alpha z + k_i sin\alpha x)} \\ 0 \\ sin\alpha' \times e^{i(\omega t-(-k_i \cos\alpha z + k_i sin\alpha x)} \end{pmatrix}$$

Donc le champ électrique totale est alors constitué d'une partie progressive et d'une partie stationnaire : $\vec{E}_{tot} = -2iE_0 e^{i(\omega t - ksin\alpha x)} \sin(kcos\alpha z)\vec{u_y}$

Avec une antenne, une diode gun, on peut vérifier la présence des ondes stationnaire. Au passage si $\alpha = 0$ on retrouve un champ purement stationnaire. On retrouve l'intérêt des métaux pour guider les ondes.

Exercice 2 :$\vec{E_i}(x,z,t) + \vec{E_r}(x,z,t) = \vec{E_t}(x,z,t)$

Cette relation, valable à chaque instant, implique une unique pulsation et une longueur d'onde de le milieu1. Si on prend l'onde incidente en référence des phases alors

$$E_0 + E_{0,r} e^{i(\vec{k_r} - \vec{k_i}).\vec{OM}} = E_{0,t} e^{i(\vec{k_t} - \vec{k_i}).\vec{OM}} \rightarrow \begin{cases} (\vec{k_r} - \vec{k_i})\vec{t} = 0 \\ (\vec{k_r} - \vec{k_i})\vec{t} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = \alpha' \\ ksin\alpha_r = k' sin\alpha_t \end{cases}$$

Nom : Bruynseels **Prénom: Lucas** **colle du: 07-11-25**

	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	6,7	10,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	1			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	1,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	0			

	+	-		
ajustement	*		note	12

Remarques : Il faut vraiment gagner en précision dans ta rédaction (et prendre le temps de bien lire le sujet)

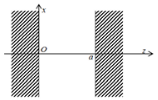
Colle Lucas

Exercice 1 : Questions de cours :

1) Démontrer l'équation de propagation du champ électrique dans le vide. On donne $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{a}) = \overrightarrow{grad}(div\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
2) On considère un champ électrique donné par : $\vec{E} = E_0\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$
   a) Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
   b) Quelle est la polarisation associée ?
   c) Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente

Exercice 2 : cavité résonante

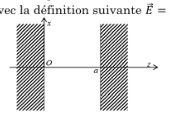
On dispose dans le vide deux plans *parfaitement* conducteurs, parallèles, d'équations respectives $z = 0$ et $z = a$. On se propose d'étudier une onde électromagnétique plane entre ces deux plans représentés par le champ électrique suivant : $\vec{E}(z,t) = E_0(z)\cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$



1) Donner l'équation de propagation de ce champ entre les deux conducteurs.
2) En déduire alors l'expression de $E_0(z)$ en tenant compte des conditions aux limites imposées par les conducteurs. Interpréter

Exercice 3 : Réflexion avec coefficient de réflexion

On considère un champ électrique incident continuellement émise par une source située en $z = 0^+$ avec la définition suivante $\vec{E} = E_0 e^{j\omega t}\overrightarrow{u_x}$.



Cette onde propage entre deux plans conducteurs supposés parfaits situés en $x = 0$ et $x = a$. A chaque réflexion, l'amplitude maximale du champ réfléchi est rE_{0i} où E_{0i} est l'amplitude du champ incident avec cette réflexion et $|r| < 1$ le coefficient de réflexion.

1) Quelle est l'expression du champ électrique total en $z = 0^+$ obtenu après $N - 1$ allers-retours ?
2) Retrouver la condition de résonance.

Questions de cours :

$$\begin{cases} div\underline{\vec{E}} = 0 \rightarrow -j\vec{k}.\underline{\vec{E}} = 0 \leftrightarrow \vec{k} \perp \underline{\vec{E}} \\ div\underline{\vec{B}} = 0 \leftrightarrow \vec{k} \perp \underline{\vec{B}} \\ \overrightarrow{rot}\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} \\ \overrightarrow{rot}\underline{\vec{B}} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} \end{cases}$$

De plus $\Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

Le champ $\vec{E} = E_0\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$ se propage suivant les z croissants et est polarisé suivant $\overrightarrow{u_x}$

Exercice 2 : électromagnétisme

L'équation de propagation est $\Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$ et si on injecte la solution proposée alors :$\left(\frac{d^2E_0(z)}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_0(z)\right)\cos(\omega t) = 0$

Donc $E_0(z)$ est de la forme $E_0(z) = Acos(kz) + Csin(kz)$

Avec $E_0(0) = E_0(a) = 0$ soit $A = 0$ et $ka = m\pi$ avec $m \in \mathbb{N}$ et donc des solution possibles de type ondes stationnaires avec la sélection de certaine longueur d'onde telles que :$\vec{E} = Csin\left(\frac{m\pi}{a}z\right)\cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$

Exercice 3 : Réflexion avec coefficient de réflexion

Avec la notation complexe :

$$E_{tot} = E_0 e^{j\omega t}\left(1 + r^2e^{-2jka} + r^4e^{-4jka} + \cdots r^{2(N-1)}e^{-2(N-1)ka}\right)$$

On a une suite géométrique de raison $q = r^2e^{-2jka}$, donc :

$$E_{tot} = E_0 e^{j\omega t}\frac{1 - q^N}{1 - q} \approx E_0 e^{j\omega t}\frac{1}{1 - q}$$

Donc le module est maximal quand $|1 - q|$ est minimale soit :

$$|1 - q| = \sqrt{(1 - r^2\cos^2(2ka))^2 + r^4\sin^2(2ka)}$$
$$|1 - q| = 2\sqrt{(1 + r^4 - 2r^2\cos^2 2ka}$$

On retrouve $2ka = n\pi$ soit $f_r = \frac{nc}{2a}$