

B21	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	10,0	18,0
Connaître les hypothèses d'application des résultats	2			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	2			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	6,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	2			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	2			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

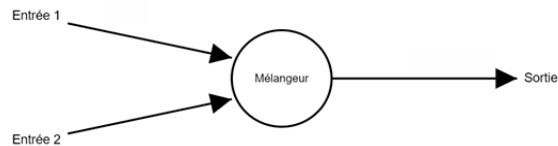
ajustement	+	-	note	18

Remarques : bonne colle : bon recul sur la démo du 1e pp

Exercice : Mélangeur

On considère un mélangeur à deux entrée et une sortie :

- A la 1^e entrée le fluide 1 est de capacité thermique massique à pression constante c , une température T_1 et un débit massique D_{m1}
- A la 2^e entrée le fluide 2 est de même capacité thermique massique à pression constante c , une température T_2 et un débit massique D_{m2}
- A la sortie, le mélange est à une température T_3 et un débit massique D_{m3}
- On suppose le mélangeur parfaitement calorifugé, horizontal et on néglige les variations d'énergie cinétique. L'écoulement est stationnaire



- 1) Effectuer un bilan de masse et en déduire une relation entre les débits massiques.
- 2) Démontrer le 1^{er} principe des systèmes en écoulement et obtenir que $D_{m3}h_3 = D_{m1}h_1 + D_{m2}h_2$
- 3) En déduire la température T_3 en fonction de T_2, T_1, D_{m1}, D_{m2}
- 4) AN $T_1 = 80^\circ\text{C}, T_2 = 20^\circ\text{C}, D_{m1} = 3,0\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}, D_{m2} = 7\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$

- 1) On considère le système fermé à t et $t + dt$:

$$\delta m_1 + \delta m_2 + m_c(t) = \delta m_3 + m_c(t + dt)$$

Avec l'hypothèse stationnaire :

$$\delta m_1 + \delta m_2 = \delta m_3$$

$$\text{Et donc : } D_{m1} + D_{m2} = D_{m3}$$

- 2) On effectue un bilan d'énergie à partir du 1^{er} principe :

$$E_{\text{tot}}(t + dt) - E_{\text{tot}}(t) = P_1 v_1 \delta m_1 + P_2 v_2 \delta m_2 - P_3 v_3 \delta m_3 + \delta W_i + \delta Q$$

$$\text{Avec } E(t) = E_{\text{com}}(t) + \delta m_1 u_1 + \delta m_2 u_2$$

$$\text{Et } E(t + dt) = E_{\text{com}}(t + dt) + \delta m_3 u_3$$

$$\text{Donc } \delta m_3 h_3 - \delta m_1 h_1 - \delta m_2 h_2 = \delta W_i + \delta Q$$

$$\text{Ici } \delta W_i + \delta Q = 0$$

$$D_{m3}h_3 = D_{m1}h_1 + D_{m2}h_2$$

- 3) On a un liquide de capacité thermique massique connue :

$$(D_{m1} + D_{m2})h_3 = D_{m1}h_1 + D_{m2}h_2$$

$$D_{m1}(h_3 - h_1) = D_{m2}(h_2 - h_3)$$

$$D_{m1}(T_3 - T_1) = D_{m2}(T_2 - T_3)$$

$$T_3 = \frac{D_{m2}T_2 + D_{m1}T_1}{D_{m1} + D_{m2}}$$

- 4) $T_3 = \frac{7 \times 20 + 3 \times 80}{10} = 38^\circ\text{C}$

B22	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	1	10	5,0	#DIV/0!
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	NE	4	#DIV/0!	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	NE			

ajustement	+	-	note	#DIV/0!
		*		

Remarques : reprise nécessaire des équation diff d'ordre 1 : non noté

Exercice 1 – Décharge d'un condensateur (ordre 1, second membre nul)

Un condensateur de capacité $C=10\text{ }\mu\text{F}$ est chargé à $U_0 = 5.0\text{ V}$ puis relié à une résistance $R = 2.0\text{ k}\Omega$.

- 1) Obtenir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.
- 2) Résoudre cette équation

Exercice 2 – Chauffage d'un solide (ordre 1, second membre constant)

Un solide de masse m de capacité thermique massique m échange une puissance thermique avec l'extérieur donnée par $P = -k(T - T_{ext})$

- 1) Donner l'équation différentielle vérifiée par la température T de ce solide
- 2) Résoudre cette équation si $T(0) = T_0 < T_{ext}$

Exercice 3 – Cuve polluée (ordre 1, second membre constant, CI non nulle)

Une cuve contient un volume V constant en eau initialement pure. Un débit volumique D alimente cette cuve avec un polluant à la concentration C_0 . On note $C(t)$ la concentration supposée homogène du polluant dans la cuve. Une sortie assure un débit sortant D .

- 1) Donner l'équation différentielle vérifiée par $C(t)$
- 2) Exprimer $C(t)$

Exercice 4 – Oscillations sans frottement (ordre 2, second membre nul)

On considère un système masse-ressort $\{k; m\}$ horizontal évoluant sans frottement suivant l'axe x .

- 1) Donner l'équation différentielle
- 2) Résoudre cette équation si $x(0) = x_0$ et $\dot{x}(0) = 0$

Exercice 3:

$$dn(t) = DdtC_0 - DdtC$$

$$\text{Donc } \frac{dn}{dt} = D(C_0 - C)$$

$$V \frac{dC}{dt} = D(C_0 - C)$$

Soit :

$$\frac{dC}{dt} + \frac{D}{V}C = \frac{DC_0}{V}$$

B23	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	1	10	3,3	#DIV/0!
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	0			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	NE	4	#DIV/0!	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	NE			

ajustement	+	-	note	#DIV/0!

Remarques : colle nécessaire pour reprendre les eq diff d'ordre 1 et 2

Exercice 1 : Equation différentielle

- Résoudre $\frac{ds(t)}{dt} + \frac{s(t)}{\tau} = 0$ si $s(0) = s_0 > 0$ et τ constante
- Résoudre $\frac{ds(t)}{dt} + \frac{s(t)}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ si $s(0) = s_0 < E$ et τ constante

Exercice 2 : équation différentielle

Résoudre analytiquement l'équation vérifiée par $x(t) : \ddot{x} + 2M\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 0$ avec M, ω_0 constantes :

- Si $M = 0$ et $x(0) = x_0$ et $\dot{x}(0) = 0$
- Si $M = 1$ et $x(0) = x_0$ et $\dot{x}(0) = 0$
- Si $M < 1$ et $x(0) = x_0$ et $\dot{x}(0) = 0$

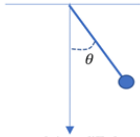
Exercice 3 : Equation non linéaire

On considère un pendule de longueur l dans le champ de pesanteur terrestre g et repéré par l'angle $\theta(t)$. On démontre que $\theta(t)$ vérifie l'équation différentielle non linéaire suivante :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$$

Avec $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$. Résoudre numériquement cette équation en utilisant un schéma d'Euler semi-

implicite avec $\vec{y} = \begin{pmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{pmatrix}$ tel que $\frac{d\vec{y}}{dt} = \vec{f}(\vec{y}, t)$. Chaque échantillon est associé à un triplet $(t_i = iT_e, \theta_i, \dot{\theta}_i)$ avec T_e la période d'échantillonnage



Exercice 1 :

$$s(t) = s_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$s(t) = (s_0 - E) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + E$$

Exercice 2 : équation différentielle

- $x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$ pour $M = 0$
- $x(t) = x_0(1 - \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}$
- $x(t) = x_0 e^{-M\omega_0 t} \left(\cos(\omega_0 t) + \frac{M}{\sqrt{1-M^2}} \sin(\omega_0 t) \right)$

Exercice 3 : équation différentielle

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_i \\ \dot{\theta}_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\theta_{i+1} - \theta_i)/T_e \\ -\omega_0^2 \sin \theta_{i+1} \end{pmatrix}.$$

$$\text{D'où : } \begin{pmatrix} \theta_{i+1} \\ \dot{\theta}_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_i + T_e \dot{\theta}_i \\ \dot{\theta}_i - T_e \omega_0^2 \sin(\theta_{i+1}) \end{pmatrix}$$

