Nom : Marques Prénom: Mathis colle du: 30/01	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	1	10	5,0	10,0
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-		
ajustement			note	10

Remarques : encore des difficultés sur les notions de directions et de variables d'un champ de vecteur mais c'est mieux

Colle 3

Les véhicules modernes disposent de l'ouverture centralisée à partir d'une commande intégrée à la clé. Suivant la fonction que veut mettre en oeuvre l'opérateur (ouverture des portes, fermeture...), un signal est émis par la clé sous forme d'onde électromagnétique.

III.1. Rappeler l'expression des équations de Maxwell dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide. On précisera les unités du champ magnétique $\vec{B}$ et du champ électrique $\vec{E}$.

III.2. Déduire des équations de Maxwell l'équation de propagation vectorielle vérifiée par le champ électrique $\vec{E}$ dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide.

On considère une onde électromagnétique pour laquelle l'expression du champ électrique est donnée en coordonnées cartésiennes par la formule : $\vec{E}(x,t) = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z}$ où E_0 est une constante positive, ω est la pulsation de l'onde et t la variable temporelle.

III.3. À partir de l'expression de $\vec{E}$, préciser la direction et le sens de propagation de l'onde considérée.

III.4. Montrer que cette onde vérifie l'équation de propagation déterminée à la question III.2 à condition que c, ε_0 et μ_0 soient reliées par une relation que l'on déterminera.

III.5. À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde en fonction de E_0, c, ω, x, t et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

On rappelle l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à une onde électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$:

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

III.6. Quelle est la signification physique de ce vecteur ? Quelle est son unité ?

III.7. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ relatif à l'onde considérée.

III.8. On note $< \vec{\Pi} >$ la valeur moyenne de $\vec{\Pi}$ au cours du temps. Exprimer $< \vec{\Pi} >$ en fonction de c, E_0, μ_0 et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

La clé émet une onde de puissance moyenne $\mathcal{P} = 50\,\text{mW}$ répartie uniformément dans toutes les directions de l'espace de manière sphérique.

III.9. Déterminer à $d = 10$ m la valeur de $< \|\vec{\Pi}\| >$. En déduire l'intensité du champ électrique E_0 et l'intensité du champ magnétique B_0 de l'onde.

III.10. Comment doit-on placer une antenne constituée d'un cadre conducteur rectiligne formant un carré pour détecter le champ magnétique ? Illustrer votre réponse d'un schéma.

III.11. La fréquence de l'onde émise est $f = 400$ MHz. En déduire la valeur de sa longueur d'onde.

1. Relation constitutives $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$

Maxwell-Gauss $div(\vec{E}) = 0$, Maxwell-Faraday $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, $\vec{E}$ en V.m^{-1}

Maxwell-Thomson $div(\vec{B}) = 0$, Maxwell-Ampère $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0.\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, $\vec{B}$ est en T

2. $\overrightarrow{\Delta E} = \overrightarrow{grad}\left(\cancel{div(\vec{E})}\right) - \overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{E})\right) = -\overrightarrow{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0.\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

donc $\boxed{\overrightarrow{\Delta E} = \mu_0.\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$

3. Le terme en $\left(t - \frac{x}{c}\right)$ est caractéristique d'une <u>propagation selon les x croissants</u>.

4. $\vec{E} = E_0.\cos\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z}$ soit $E_x = 0$, $E_y = 0$ et $E_z = E_0.\cos\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$

$\overrightarrow{\Delta E} = \left(\cancel{\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2}} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\right)\vec{e_z} = -E_0.\frac{\omega^2}{c^2}.\cos\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z}$

$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0.\cos\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z}$ .De l'équation de propagation, on déduit $\boxed{\frac{1}{c^2} = \mu_0.\varepsilon_0}$

5. $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial E_z}{\partial x}\vec{e_y} = -\frac{\omega}{c}E_0.\sin\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_y}$

Maxwell Faraday $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\omega}{c}E_0.\sin\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_y} \Rightarrow \vec{B} = -\frac{1}{c}E_0.\cos\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_y} + \vec{C}$

Onde = pas de terme statique donc $\vec{C} = \vec{0}$. $\boxed{\vec{B} = -\frac{1}{c}E_0.\cos\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_y}}$

6. Le vecteur de Poynting $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ est en W.m^{-2}. Il donne la direction de propagation de l'énergie et on flux est la puissance instantanée traversant une surface.

7. $\vec{\Pi} = -\frac{1}{c.\mu_0}E_0^2.\cos^2\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z} \wedge \vec{e_y} \Rightarrow \boxed{\vec{\Pi} = \frac{1}{c.\mu_0}E_0^2.\cos^2\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_x}}$

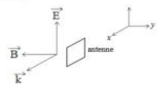
8. $\langle \cos^2 \rangle = \frac{1}{2}$ donc $\boxed{\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2.c.\mu_0}E_0^2\vec{e_x}}$

9. Une puissance moyenne $P = 0,05$ W sont répartis sur une sphère de surface $4.\pi.d^2 \approx 1\,257$ m^2 d'où un vecteur de Poynting moyen $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle \approx 40\ \mu$W.m^{-2}.

or $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle = \frac{1}{2.c.\mu_0}E_0^2$ donc $\boxed{E_0 \approx 0,17 \text{ V.m}^{-1}}$ et $\boxed{B_0 = \frac{E_0}{c} \approx 5,8\ 10^{-10} \text{ T}}$

10. Le cadre doit être orienté pour que $\vec{B}$ ait un bon flux au travers.

La loi de Lenz-Faraday sur l'induction $e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ explique l'apparition d'une f.e.m. dans ce cadre.



11. $\boxed{\lambda = \frac{c}{f} \approx 75 \text{ cm}}$

Nom : Fourtanier Prénom: Hugo colle du: 30/01	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	8,3	13,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	2			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-		
ajustement			note	14

Remarques : quand le cours est parfaitement connu çà donne une colle efficace

Colle 1 :

Exercice1 : Equation de d'Alembert et solutions

1) Démontrer l'équation de propagation du champ électrique dans le vide. On donne $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{a}) = \overrightarrow{grad}(div\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
2) On considère un champ électrique donné par : $\vec{E} = E_0\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$
   a) Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
   b) Quelle est la polarisation associée ?
   c) Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente
3) On considère une onde de forme quelconque donnée par $\vec{E} = f(t - \frac{x}{c}))\overrightarrow{u_z}$ où f est une fonction décrivant la forme de l'onde
   a) De quel type d'onde s'agit-il ?
   b) Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
   c) Quelle est la polarisation associée ?
   d) Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente
4) On considère une onde de forme quelconque donnée par $\vec{E} = E_0\cos(\omega t)\cos(kx)\overrightarrow{u_y}$
   a) Que quel type d'onde s'agit-il ?
   b) Quelle est la polarisation associée ?
   c) Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente

Exercice 2 : OemPPH

On va considérer la propagation, dans l'air, milieu assimilé à du vide (on note ε_0 la permittivité diélectrique et μ_0 la perméabilité magnétique), d'un champ électrique donné par : $\underline{\vec{E}} = E_0\,expj(\omega t - kx)\overrightarrow{u_y}$

1) Vérifier que cette onde est bien solution de l'équation de propagation des OEM dans le vide
2) Donner l'expression du vecteur champ magnétique $\underline{\vec{B}}$ et de son intensité B_0.
3) Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{\pi}$.
4) Exprimer la valeur moyenne temporelle $<\vec{\pi}>$ de ce vecteur en fonction de E_0, c et μ_0
5) Donner l'expression de la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique.
6) Exprimer l'énergie dU_e traversant une surface S pendant dt secondes :
   - En utilisant le vecteur de Poynting moyen
   - En utilisant la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique (on notera v_e la vitesse de propagation de l'énergie)
7) A quelle vitesse se propage l'énergie ?

Exercice : Equation de d'Alembert et solutions

$$\begin{cases} div\underline{\vec{E}} = 0 \rightarrow -j\vec{k}.\underline{\vec{E}} = 0 \leftrightarrow \vec{k} \perp \underline{\vec{E}} \\ div\underline{\vec{B}} = 0 \leftrightarrow \vec{k} \perp \underline{\vec{B}} \\ \overrightarrow{rot}\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \overrightarrow{rot}\underline{\vec{B}} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

De plus $\Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

- Le champ $\vec{E} = E_0\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$ se propage suivant les z croissants et est polarisé suivant $\overrightarrow{u_x}$. $\Delta\vec{E} = -k^2E_0\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$ et $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2E_0\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$
- On pose $u = t - \frac{x}{c}$ et $\Delta\vec{E} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\overrightarrow{u_z} = \frac{1}{c^2}f''(u)\overrightarrow{u_z}$ et $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = f''(u)\overrightarrow{u_z}$
- $\Delta\vec{E} = -k^2E\overrightarrow{u_y}$ et $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2E\overrightarrow{u_y}$

Exercice 2 :

Cette solution impose $k = \frac{\omega}{c}$

D'après Maxwell Faraday : $\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{u}\wedge\underline{\vec{E}}}{c} = -\frac{E_0}{c}expj(\omega t - kx)\overrightarrow{u_z}$. Donc $B_0 = \frac{E_0}{c}$

Par définition : $\vec{\pi} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}$

Si on utilise la notation complexe : $<\vec{\pi}> = \frac{1}{2\mu_0}Re\left(\underline{\vec{E}}\wedge\underline{\vec{B}^*}\right) = \frac{E_0B_0}{2\mu_0}\overrightarrow{e_z} = \frac{E_0{}^2}{2c\mu_0}\overrightarrow{e_z}$

Avec la notation réelle $E = E_0\cos(\omega t - kz)$ et se ramène à la valeur moyenne d'un cosinus carré : $<\vec{\pi}> = \frac{E_0{}^2}{2c\mu_0}\overrightarrow{e_x}$

$$dU_e = \frac{E_0{}^2}{2c\mu_0}Sdt = \frac{1}{2}\varepsilon_0E_0^2Scdt$$

$$dU_e = u_{em}Sv_e dt = \frac{1}{2}\varepsilon_0E_0^2Sv_e dt$$

Donc $v_e = c$

Nom : Magin Prénom: Tristan colle du: 07/11	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	1	10	3,3	5,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	0			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	0,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	0			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-		
ajustement	*		note	7

Remarques : il va falloir créer des automatisme dans les calculs et dans la rigueur dans leur développement : courage !

Colle 6

Exercice 1 : Vrai ou faux (structure d'une OPPH dans le vide-opérateur nabla)

Pour des champs de la forme :
$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 \exp\left(i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)\right)$ où $\underline{\vec{E}}_0 = \vec{E}_0 \exp(i\varphi_0)$
et $\underline{\vec{B}} = \underline{\vec{B}}_0 \exp\left(i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)\right)$ où $\underline{\vec{B}}_0 = \vec{B}_0 \exp(i\varphi_0)$,
les équation de Maxwell pour des champ complexes prennent la forme suivante :
(M.Φ) $\longrightarrow$ $i\vec{k}\cdot\underline{\vec{B}} = 0$, (M.A) $\longrightarrow$ $i\vec{k}\wedge\underline{\vec{B}} = -i\omega\varepsilon_0\mu_0\underline{\vec{E}}$,
(M.G) $\longrightarrow$ $i\vec{k}\cdot\underline{\vec{E}} = 0$ et (M.F) $\longrightarrow$ $i\vec{k}\wedge\underline{\vec{E}} = i\omega\underline{\vec{B}}$.

Exercice 2 : Onde stationnaire

On considère une onde électrique $\vec{E}(x,t) = f(t)g(x)\overrightarrow{u_y}$ se propageant dans le vide.

1) Donner les expressions générales de $f(t)$ et $g(x)$
2) Si $E(0,t) = E(a,t) = 0$ montrer que seules certaines vibrations peuvent décrire E

Exercice 3 : Vecteur de Poynting et onde stationnaire

Soit une onde électrique dans le vide écrite par :

$$\vec{E}(x,t) = E_0 \cos(kx)\cos(\omega t)\overrightarrow{u_y}$$

1) Exprimer le champ magnétique associé
2) Exprimer le vecteur de Poynting associé
3) Commenter la valeur moyenne du vecteur de Poynting associé
4) Calculer la densité moyenne d'énergie électromagnétique.

Exercice 1 : Vrai ou faux

7. Compte tenu de la forme harmonique des champs attachés aux OPPM électromagnétiques fréquemment étudiées, il est commode, pour simplifier la résolution des exercices, de passer en notation complexe. Considérons les champs $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 \exp\left(i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)\right)$ où $\underline{\vec{E}}_0 = \vec{E}_0 \exp(i\varphi_0)$ et $\underline{\vec{B}} = \underline{\vec{B}}_0 \exp\left(i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)\right)$ où $\underline{\vec{B}}_0 = \vec{B}_0 \exp(i\varphi_0)$. En remplaçant formellement l'opérateur de dérivation spatial nabla par $\vec{\nabla} \to i\vec{k}$ et l'opérateur de dérivation temporelle $\frac{\partial}{\partial t} \to -i\omega$ (avec la convention de phase contraire en $\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}$ dans l'expression des champs complexes, on aurait $\vec{\nabla} \to -i\vec{k}$ et $\frac{\partial}{\partial t} \to i\omega$).

Ainsi, les opérateurs divergence et rotationnel sont formellement remplacés par : pour la divergence $\vec{\nabla}\cdot(\ ) \to i\vec{k}\cdot(\ )$ et pour le rotationnel $\vec{\nabla}\wedge(\ ) \to i\vec{k}\wedge(\ )$. Les équations de Maxwell s'écrivent alors en complexe :
(M.Φ) $\longrightarrow$ $i\vec{k}\cdot\underline{\vec{B}} = 0$, (M.A) $\longrightarrow$ $i\vec{k}\wedge\underline{\vec{B}} = -i\omega\varepsilon_0\mu_0\underline{\vec{E}}$,
(M.G) $\longrightarrow$ $i\vec{k}\cdot\underline{\vec{E}} = 0$, (M.F) $\longrightarrow$ $i\vec{k}\wedge\underline{\vec{E}} = i\omega\underline{\vec{B}}$.

Exercice 2 :

Dans l'équation de d'Alembert, on obtient : $f\frac{d^2g}{dx^2} = \frac{g}{c^2}\frac{d^2f}{dx^2}$
Soit l'égalité entre deux quantités ne dépendant pas de la même variable :
$\frac{1}{g}\frac{d^2g}{dx^2} = \frac{1}{c^2 f}\frac{d^2f}{dx^2} = -k^2$ afin d'éviter la divergence
$g(x) = G_0\cos(kx+\psi)$ et $f(t) = F_0\cos(kct+\Phi)$
En posant $k = \frac{\omega}{c}$ (relation de dispersion retrouvée !) :

$$E(x,t) = E_0\cos(kx+\psi)\cos(\omega t+\Phi)$$

Avec des conditions aux limites :

$$\begin{cases} 0 = E_0\cos(\psi)\cos(\omega t+\Phi) \\ 0 = E_0\cos(ka+\psi)\cos(\omega t+\Phi) \end{cases}$$

Donc $\psi = \frac{\pi}{2}$ et $ka = n\pi$ (avec $n \in Z^*$ *entier relatif différents de zéro*)

$$E(x,t) = \sum_i E_{0,i}\sin(k_i x)\cos(\omega_i t+\Phi_i)$$

Exercice 3 : Vecteur de Poynting et onde stationnaire

Si : $\vec{E}(x,t) = E_0\cos(kx)\cos(\omega t)\overrightarrow{u_y}$ alors le champ magnétique est obtenu avec MA : $\begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\0\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0\\E(x,t)\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\\frac{\partial E}{\partial x}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\-kE_0\sin(kx)\cos(\omega t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\-\frac{\partial B}{\partial t}\end{pmatrix}$

Donc : $\vec{B}(x,t) = \frac{E_0}{c}\sin(kx)\sin(\omega t)\overrightarrow{u_y}$ et $\vec{\pi} = \frac{E_0^2}{4c\mu_0}\sin(2kx)\sin(2\omega t)\overrightarrow{u_x}$ et donc une valeur moyenne nulle liée à deux puissances se compensant (et distance internodale de $\lambda/4$ et $< u_{em} >= \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4} * 2$ soit le double du cas avec une seule OPPH