

Nom : Szober Prénom: Mateusz colle du: 29-01

	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	0	10	3,3	7,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	1	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	0	4	1,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-		
ajustement	*		note	9

Remarques : C'est vraiment décevant : tu ne connais pas ton cours et pourtant tu as les capacités de l'utiliser... encore la même chose.....

Colle 1 :

Exercice 1 : Equation de d'Alembert et solutions

- Démontrer l'équation de propagation du champ électrique dans le vide. On donne  $\text{rot}(\text{rot}\vec{a}) = \text{grad}(\text{div}\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
- On considère un champ électrique donné par :  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_z$ 
  - Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
  - Quelle est la polarisation associée ?
  - Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente
- On considère une onde de forme quelconque donnée par  $\vec{E} = f(t - \frac{z}{c})\vec{u}_z$  où  $f$  est une fonction décrivant la forme de l'onde
  - De quel type d'onde s'agit-il ?
  - Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
  - Quelle est la polarisation associée ?
  - Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente
- On considère une onde de forme quelconque donnée par  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \cos(kx)\vec{u}_y$ 
  - Que quel type d'onde s'agit-il ?
  - Quelle est la polarisation associée ?
  - Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente

Exercice 2 : Cas R.F.H.

On va considérer la propagation, dans l'air, milieu assimilé à du vide (on note  $\epsilon_0$  la permittivité diélectrique et  $\mu_0$  la perméabilité magnétique), d'un champ électrique donné par :  $\vec{E} = E_0 \exp(j(\omega t - kz))\vec{u}_z$

- Vérifier que cette onde est bien solution de l'équation de propagation des OEM dans le vide
- Donner l'expression du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  et de son intensité  $B_0$ .
- Donner la définition du vecteur de Poynting  $\vec{\pi}$ .
- Exprimer la valeur moyenne temporelle  $\langle \vec{\pi} \rangle$  de ce vecteur en fonction de  $E_0$ ,  $c$  et  $\mu_0$
- Donner l'expression de la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique.
- Exprimer l'énergie  $dU_e$  traversant une surface  $S$  pendant  $dt$  secondes :
  - En utilisant le vecteur de Poynting moyen
  - En utilisant la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique (on notera  $v_e$  la vitesse de propagation de l'énergie)
- A quelle vitesse se propage l'énergie ?

Exercice : Equation de d'Alembert et solutions

$$\begin{cases} \text{div}\vec{E} = 0 \rightarrow -j\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \rightarrow \vec{k} \perp \vec{E} \\ \text{div}\vec{B} = 0 \rightarrow \vec{k} \perp \vec{B} \\ \text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot}\vec{B} = \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

De plus  $\Delta\vec{E} - \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

- Le champ  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_z$  se propage suivant les z croissants et est polarisé suivant  $\vec{u}_z$ .  $\Delta\vec{E} = -k^2 E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_z$  et  $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0 \cos(\omega t - kz)\vec{u}_z$
- On pose  $u = t - \frac{z}{c}$  et  $\Delta\vec{E} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \vec{u}_z = \frac{1}{c^2} f''(u)\vec{u}_z$  et  $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = f''(u)\vec{u}_z$
- $\Delta\vec{E} = -k^2 E_0 \vec{u}_z$  et  $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0 \vec{u}_z$

Exercice 2 :

Cette solution impose  $k = \frac{\omega}{c}$

D'après Maxwell Faraday :  $\vec{B} = \frac{\vec{v}_e \times \vec{E}}{c} = -\frac{E_0}{c} \exp(j(\omega t - kz))\vec{u}_x$ . Donc  $B_0 = \frac{E_0}{c}$

Par définition :  $\vec{\pi} = \frac{E_0 E_0}{\mu_0}$

Si on utilise la notation complexe :  $\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \text{Re}(\vec{E} \wedge \vec{B}^*) = \frac{E_0 E_0}{2\mu_0} \vec{e}_z = \frac{E_0^2}{2\epsilon_0 c} \vec{e}_z$

Avec la notation réelle  $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$  et se ramène à la valeur moyenne d'un cosinus carré :  $\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} \vec{e}_z$

$$dU_e = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} S dt = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 S c dt$$

$$dU_e = u_{em} S v_e dt = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 S v_e dt$$

Donc  $v_e = c$

Nom : Hubert Prénom: Clément colle du: 06-11-2023

	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	8,3	13,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	2			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser : Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-	note	14
ajustement				

Remarques : exo1 : OK, exo 2 : avec de l'aide

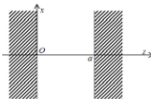
Colle 2

Exercice 1 : Questions de cours :

- Démontrer l'équation de propagation du champ électrique dans le vide.  
On donne  $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{a}) = \overrightarrow{grad}(\text{div}\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
- On considère un champ électrique donné par :  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$ 
  - Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
  - Quelle est la polarisation associée ?
  - Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente

Exercice 2 : cavité résonnante

On dispose dans le vide deux plans *parfaitement* conducteurs, parallèles, d'équations respectives  $z = 0$  et  $z = a$ . On se propose d'étudier une onde électromagnétique plane entre ces deux plans représentés par le champ électrique suivant :  $\vec{E}(z,t) = E_0(z) \cos(\omega t) \vec{u}_x$



- Donner l'équation de propagation de ce champ entre les deux conducteurs.
- En déduire alors l'expression de  $E_0(z)$  en tenant compte des conditions aux limites imposées par les conducteurs. Interpréter

Questions de cours :

$$\begin{cases} \text{div}\vec{E} = 0 \rightarrow -j\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \leftrightarrow \vec{k} \perp \vec{E} \\ \text{div}\vec{E} = 0 \leftrightarrow \vec{k} \perp \vec{E} \\ \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \overrightarrow{rot}\vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \end{cases}$$

De plus  $\Delta\vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

Le champ  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$  se propage suivant les z croissants et est polarisé suivant  $\vec{u}_x$

Exercice 2 : électromagnétisme

L'équation de propagation est  $\Delta\vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$  et si on injecte la solution proposée alors :

$$\left( \frac{d^2 E_0(z)}{dz^2} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} \right) E_0(z) \right) \cos(\omega t) = 0$$

Donc  $E_0(z)$  est de la forme  $E_0(z) = A \cos(kz) + C \sin(kz)$

Avec  $E_0(0) = E_0(a) = 0$  soit  $A = 0$  et  $ka = m\pi$  avec  $m \in \mathbb{N}$  et donc des solutions possibles de type ondes stationnaires avec la sélection de certaine longueur d'onde telles que :

$$\vec{E} = C \sin\left(\frac{m\pi}{a} z\right) \cos(\omega t) \vec{u}_x$$

Nom : Estio      Prénom: Dimitri      colle du: 06-11-23	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	10,0	16,0
Connaître les hypothèses d'application des résultats	2			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	2			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	2	4	3,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

ajustement	+	-	note	17
	*			

**Remarques :Bonne colle**

**Colle 6**

**Exercice 1 : Vrai ou faux (structure d'une OPPH dans le vide-opérateur nabla)**

Pour des champs de la forme :  
 $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$  où  $\vec{E}_0 = E_0 \exp(i\phi_0)$   
 et  $\vec{B} = \vec{B}_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$  où  $\vec{B}_0 = B_0 \exp(i\phi_0)$ ,  
 les équations de Maxwell pour des champ complexes prennent la forme suivante :  
 (M.D)  $\rightarrow i\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$ , (M.A)  $\rightarrow i\vec{k} \wedge \vec{E} = -i\omega \epsilon_0 \mu_0 \vec{E}$ ,  
 (M.G)  $\rightarrow i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$  et (M.F)  $\rightarrow i\vec{k} \wedge \vec{B} = i\omega \vec{B}$ .

**Exercice 2 : Onde stationnaire**

On considère une onde électrique  $\vec{E}(x,t) = f(x)g(x)\vec{u}_y$  se propageant dans le vide.

- 1) Donner les expressions générales de  $f(x)$  et  $g(x)$
- 2) Si  $E(0,t) = E(a,t) = 0$  montrer que seules certaines vibrations peuvent décrire  $E$

**Exercice 3 : Vecteur de Poynting et onde stationnaire**

Soit une onde électrique dans le vide écrite par :

$$\vec{E}(x,t) = E_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \vec{u}_y$$

- 1) Exprimer le champ magnétique associé
- 2) Exprimer le vecteur de Poynting associé
- 3) Commenter la valeur moyenne du vecteur de Poynting associé
- 4) Calculer la densité moyenne d'énergie électromagnétique.

**Exercice 1 : Vrai ou faux**

7. Compte tenu de la forme harmonique des champs attachés aux OPPM électromagnétiques fréquemment étudiés, il est commode, pour simplifier la résolution des exercices, de passer en notation complexe. Considérons les champs  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$  où  $\vec{E}_0 = E_0 \exp(i\phi_0)$  et  $\vec{B} = \vec{B}_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$  où  $\vec{B}_0 = B_0 \exp(i\phi_0)$ . En remplaçant formellement l'opérateur de dérivation spatial nabla par  $\vec{\nabla} \rightarrow i\vec{k}$  et l'opérateur de dérivation temporelle  $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$  (avec la convention de phase contraire en  $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}$  dans l'expression des champs complexes, on aurait  $\vec{\nabla} \rightarrow -i\vec{k}$  et  $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega$ ).

Ainsi, les opérateurs divergence et rotationnel sont formellement remplacés par : pour la divergence  $\vec{\nabla} \cdot ( ) \rightarrow i\vec{k} \cdot ( )$  et pour le rotationnel  $\vec{\nabla} \wedge ( ) \rightarrow i\vec{k} \wedge ( )$ . Les équations de Maxwell s'écrivent alors en complexe :  
 (M.D)  $\rightarrow i\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$ , (M.A)  $\rightarrow i\vec{k} \wedge \vec{B} = -i\omega \epsilon_0 \mu_0 \vec{E}$ ,  
 (M.G)  $\rightarrow i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$ , (M.F)  $\rightarrow i\vec{k} \wedge \vec{E} = i\omega \vec{B}$ .

**Exercice 2 :**

Dans l'équation de d'Alembert, on obtient :  $f \frac{d^2 g}{dx^2} = \frac{g}{c^2} \frac{d^2 f}{dx^2}$   
 Soit l'égalité entre deux quantités ne dépendant pas de la même variable :

$$\frac{1}{g} \frac{d^2 g}{dx^2} = \frac{1}{f} \frac{d^2 f}{dx^2} = -k^2 \text{ afin d'éviter la divergence}$$

$$g(x) = G_0 \cos(kx + \psi) \text{ et } f(t) = F_0 \cos(kct + \Phi)$$

En posant  $k = \frac{\omega}{c}$  (relation de dispersion retrouvée !):

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx + \psi) \cos(\omega t + \Phi)$$

Avec des conditions aux limites :

$$\begin{cases} 0 = E_0 \cos(\psi) \cos(\omega t + \Phi) \\ 0 = E_0 \cos(ka + \psi) \cos(\omega t + \Phi) \end{cases}$$

Donc  $\psi = \frac{\pi}{2}$  et  $ka = n\pi$  (avec  $n \in \mathbb{Z}^*$  entier relatif différents de zéro)

$$E(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} E_{0,n} \sin(k_n x) \cos(\omega_n t + \Phi_n)$$

**Exercice 3 : Vecteur de Poynting et onde stationnaire**

Si :  $\vec{E}(x,t) = E_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \vec{u}_y$  alors le champ magnétique est obtenu avec

$$\text{MA : } \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E(x,t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -kE_0 \sin(kx) \cos(\omega t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2E_0}{2\pi} \end{pmatrix}$$

Donc :  $\vec{B}(x,t) = \frac{E_0}{c} \sin(kx) \sin(\omega t) \vec{u}_z$  et  $\vec{n} = \frac{E_0}{c} \sin(2kx) \sin(2\omega t) \vec{u}_z$  et donc une valeur moyenne nulle liée à deux puissances se compensant et distance internodale de  $\lambda/4$  et  $c_{\text{em}} > \frac{c_0 \epsilon_0}{4} * 2$  soit le double du cas avec une seule OPPH