Nom : Teillier **Prénom: Toinon** **colle du: 18_01**	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	8,3	13,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	2			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	1	6	3,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	1			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	1			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-		
ajustement			note	14

Remarques : Bonne colle !

Colle 5

Exercice 1 : Equation de propagation

1. Établir les équations de propagation pour $\vec{E}$ et $\vec{B}$ en présence de charge et de courant dans un premier temps. Montrer que dans le vide local elles se mettent sous la forme d'un opérateur $\vec{\Delta}(\ ) - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2(\ )}{\partial t^2}$ (dit opérateur d'Alembertien) qui, appliqué aux champs, donne $\vec{0}$. Commenter dans ce dernier cas la dépendance temporelle des équations de d'Alembert.

Exercice 2 : Polarisation

On considère une onde plane de pulsation ω se propageant dans le vide et dont le champ électrique est donné ci après :

$$\begin{cases} E_x = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - kz) \\ E_y = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\cos(\omega t - kz) \end{cases}$$

1) Déterminer E_z
2) Quelle est la polarisation du champ électrique ?
3) Proposer une description de ce champ électrique dans une base plus adaptée.
4) Que vaut le champ magnétique dans cette base ?
5) Que vaut le vecteur de Poynting instantané, puis moyen, de cette onde ?
6) On fait passer l'onde dans un polariseur. Ce polariseur fait l'angle $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ avec la direction O_x. Déterminer le vecteur de Poynting moyen en sortie.

Exercice 6.1

1. Formons le rotationnel du rotationnel de $\vec{E}$ à partir de l'équation de (M.F) et commutons les dérivées partielles par rapport au temps avec celles par rapport aux coordonnées d'espace dans l'operateur rotationnel : $\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = -\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial(\vec{\nabla} \wedge \vec{B})}{\partial t}$ avec

$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\Delta}(\vec{E})$, il vient $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\Delta}(\vec{E}) = -\frac{\partial(\vec{\nabla} \wedge \vec{B})}{\partial t}$.

Reportons les équations de (M.G) et de (M.A) dans cette égalité, on obtient :

$\boxed{\vec{\Delta}(\vec{E}) - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0}\vec{\nabla}(\rho)}$ qui est l'équation de propagation pour $\vec{E}$.

Formons de même le rotationnel du rotationnel de $\vec{B}$ à partir de l'équation de (M.A), il vient :

$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \mu_o \vec{\nabla} \wedge \vec{j} + \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial(\vec{\nabla} \wedge \vec{E})}{\partial t}$. En utilisant (M.F) et sachant que :

$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{\Delta}(\vec{B})$ on a : $-\vec{\nabla}^2(\vec{B}) = \mu_0 \vec{\nabla} \wedge \vec{j} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$ puisque $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$.

Finalement, $\boxed{\vec{\Delta}(\vec{B}) - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{\nabla} \wedge \vec{j}}$ qui est l'équation de propagation pour $\vec{B}$.

Dans une région de l'espace suffisamment loin de toute charge et de tout courant, on a dans le vide local $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$. Les équations de propagation des champs s'écrivent alors : $\boxed{\vec{\Delta}(\vec{E}) - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}}$ et $\boxed{\vec{\Delta}(\vec{B}) - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}}$. Il s'agit des équations de d'Alembert, dont on remarquera qu'elles sont symétriques par l'opération $t \to -t$ ce qui est à relier à l'absence de processus dissipatifs dans le vide et donc à la « réversibilité » des phénomènes de propagation.

Exercice :

1) Il s'agit d'une onde dans le vide, donc $\vec{k} = k\overrightarrow{u_z}$ est perpendiculaire à $\vec{E}$ donc la composante E_z est nulle.
2) L'amplitude des deux composantes laisse apparaître un champ électrique incliné par rapport à l'axe Ox de 45°. Cette direction fixe la direction de polarisation.
3) Il est efficace de travailler dans la base $(\overrightarrow{u'_x}, \overrightarrow{u'_y}, \overrightarrow{u_z})$ avec $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\, \overrightarrow{u'_x}$
4) $\vec{B} = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kz)\, \overrightarrow{u'_y}$
5) Donc $\vec{\pi} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c}\cos^2(\omega t - kz)\overrightarrow{u_z}$ et donc $< \vec{\pi} > = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}\overrightarrow{u_z}$
6) L'amplitude du champ électrique est alors de $E_0 \cos(\alpha - 45°)$ et $< \vec{\pi} > = \frac{E_0^2 \cos^2(\alpha - 45°)}{2\mu_0 c}\overrightarrow{u_z}$

Nom : Boulier **Prénom: Maxence** **colle du: 9-11**	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	6,7	8,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	0,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	0			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-		
ajustement			note	9

Remarques : colle nécessaire d'un point de vue mathématique : il faut maîtriser les dérviées partielles de fonctions sinusoïdales !

Colle 3

Les véhicules modernes disposent de l'ouverture centralisée à partir d'une commande intégrée à la clé. Suivant la fonction que veut mettre en oeuvre l'opérateur (ouverture des portes, fermeture...), un signal est émis par la clé sous forme d'onde électromagnétique.

III.1. Rappeler l'expression des équations de Maxwell dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide. On précisera les unités du champ magnétique $\vec{B}$ et du champ électrique $\vec{E}$.

III.2. Déduire des équations de Maxwell l'équation de propagation vectorielle vérifiée par le champ électrique $\vec{E}$ dans un milieu non chargé, non conducteur et assimilable au vide.

On considère une onde électromagnétique pour laquelle l'expression du champ électrique est donnée en coordonnées cartésiennes par la formule : $\vec{E}(x,t) = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z}$ où E_0 est une constante positive, ω est la pulsation de l'onde et t la variable temporelle.

III.3. À partir de l'expression de $\vec{E}$, préciser la direction et le sens de propagation de l'onde considérée.

III.4. Montrer que cette onde vérifie l'équation de propagation déterminée à la question III.2 à condition que c, ε_0 et μ_0 soient reliées par une relation que l'on déterminera.

III.5. À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde en fonction de E_0, c, ω, x, t et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

On rappelle l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à une onde électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$:

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

III.6. Quelle est la signification physique de ce vecteur ? Quelle est son unité ?

III.7. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ relatif à l'onde considérée.

III.8. On note $< \vec{\Pi} >$ la valeur moyenne de $\vec{\Pi}$ au cours du temps. Exprimer $< \vec{\Pi} >$ en fonction de c, E_0, μ_0 et d'un vecteur unitaire que l'on précisera.

La clé émet une onde de puissance moyenne $\mathcal{P} = 50$ mW répartie uniformément dans toutes les directions de l'espace de manière sphérique.

III.9. Déterminer à $d = 10$ m la valeur de $< \|\vec{\Pi}\| >$. En déduire l'intensité du champ électrique E_0 et l'intensité du champ magnétique B_0 de l'onde.

III.10. Comment doit-on placer une antenne constituée d'un cadre conducteur rectiligne formant un carré pour détecter le champ magnétique ? Illustrer votre réponse d'un schéma.

III.11. La fréquence de l'onde émise est $f = 400$ MHz. En déduire la valeur de sa longueur d'onde.

1. Relation constitutives $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$

Maxwell-Gauss $div(\vec{E}) = 0$, Maxwell-Faraday $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, $\vec{E}$ en V.m^{-1}

Maxwell-Thomson $div(\vec{B}) = 0$, Maxwell-Ampère $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, $\vec{B}$ est en T

2. $\overrightarrow{\Delta E} = \overrightarrow{grad}\left(\cancel{div(\vec{E})}\right) - \overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{E})\right) = -\overrightarrow{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

donc $\boxed{\overrightarrow{\Delta E} = \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$

3. Le terme en $\left(t - \frac{x}{c}\right)$ est caractéristique d'une <u>propagation selon les x croissants</u>.

4. $\vec{E} = E_0 . \cos\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z}$ soit $E_x = 0$, $E_y = 0$ et $E_z = E_0 . \cos\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$

$\overrightarrow{\Delta E} = \left(\cancel{\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\right)\vec{e_z} = -E_0 . \frac{\omega^2}{c^2} . \cos\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z}$

$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 . E_0 . \cos\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z}$ .De l'équation de propagation, on déduit $\boxed{\frac{1}{c^2} = \mu_0 . \varepsilon_0}$

5. $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial E_z}{\partial x}\vec{e_y} = -\frac{\omega}{c} E_0 . \sin\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_y}$

Maxwell Faraday $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\omega}{c} E_0 . \sin\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_y} \Rightarrow \vec{B} = -\frac{1}{c} E_0 . \cos\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_y} + \vec{C}$

Onde = pas de terme statique donc $\vec{C} = \vec{0}$, $\boxed{\vec{B} = -\frac{1}{c} E_0 . \cos\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_y}}$

6. Le vecteur de Poynting $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ est en W.m^{-2}. Il donne la direction de propagation de l'énergie et on flux est la puissance instantanée traversant une surface.

7. $\vec{\Pi} = -\frac{1}{c . \mu_0} E_0^2 . \cos^2\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_z} \wedge \vec{e_y} \Rightarrow \boxed{\vec{\Pi} = \frac{1}{c . \mu_0} E_0^2 . \cos^2\left[\omega . \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]\vec{e_x}}$

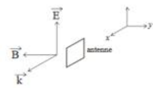
8. $\langle \cos^2 \rangle = \frac{1}{2}$ donc $\boxed{\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2 . c . \mu_0} E_0^2 \vec{e_x}}$

9. Une puissance moyenne $P = 0,05$ W sont répartis sur une sphère de surface $4 . \pi . d^2 \approx 1\,257$ m^2 d'où un vecteur de Poynting moyen $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle \approx 40$ μW.m^{-2}.

or $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle = \frac{1}{2 . c . \mu_0} . E_0^2$ donc $\boxed{E_0 \approx 0,17 \text{ V.m}^{-1}}$ et $\boxed{B_0 = \frac{E_0}{c} \approx 5,8\ 10^{-10} \text{ T}}$

10. Le cadre doit être orienté pour que $\vec{B}$ ait un bon flux au travers.

La loi de Lenz-Faraday sur l'induction $e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ explique l'apparition d'une f.e.m. dans ce cadre.



11. $\boxed{\lambda = \frac{c}{f} \approx 75 \text{ cm}}$

Nom : Caritine Prénom: Nino colle du: 28/09	niveau de maîtrise	poids compétence	note compétence	note globale
Savoir énoncer les résultats importants du cours	2	10	6,7	8,5
Connaître les hypothèses d'application des résultats	1			
Savoir appliquer directement son cours sur un exemple simple	1			
S'approprier : faire un schéma, identifier les grandeurs physiques et les hypothèses	NE	6	0,0	
Analyser : adapter l'écriture des relations, théorèmes ou principes à la situation proposée	NE			
Réaliser :Savoir mener les calculs analytiques, numériques, résolutions d'équations	0			
Valider : Vérifier la pertinence du résultat obtenu (critique de la valeur et de sa dimension)	NE			
Communiquer à l'oral dans un langage courant, scientifique et approprié	1	4	2,0	
Rédiger proprement ses démarches au tableau	1			

	+	-		
ajustement			note	9

Remarques : il faut plus d'automatisme sur ce type de sujet très proche du cours

Colle 1 :

Exercice1 : Equation de d'Alembert et solutions

1) Démontrer l'équation de propagation du champ électrique dans le vide. On donne $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{a}) = \overrightarrow{grad}(div\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
2) On considère un champ électrique donné par : $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$
   a) Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
   b) Quelle est la polarisation associée ?
   c) Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente
3) On considère une onde de forme quelconque donnée par $\vec{E} = f(t - \frac{x}{c}))\overrightarrow{u_z}$ où f est une fonction décrivant la forme de l'onde
   a) De quel type d'onde s'agit-il ?
   b) Quelle est le sens de propagation de cette onde ?
   c) Quelle est la polarisation associée ?
   d) Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente
4) On considère une onde de forme quelconque donnée par $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t)\cos(kx)\overrightarrow{u_y}$
   a) Que quel type d'onde s'agit-il ?
   b) Quelle est la polarisation associée ?
   c) Vérifier que cette expression du champ est bien solution de l'équation de propagation précédente

Exercice 2 : OemPPH

On va considérer la propagation, dans l'air, milieu assimilé à du vide (on note ε_0 la permittivité diélectrique et μ_0 la perméabilité magnétique), d'un champ électrique donné par : $\underline{\vec{E}} = E_0\, expj(\omega t - kx)\overrightarrow{u_y}$

1) Vérifier que cette onde est bien solution de l'équation de propagation des OEM dans le vide
2) Donner l'expression du vecteur champ magnétique $\underline{\vec{B}}$ et de son intensité B_0.
3) Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{\pi}$.
4) Exprimer la valeur moyenne temporelle $<\vec{\pi}>$ de ce vecteur en fonction de E_0, c et μ_0
5) Donner l'expression de la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique.
6) Exprimer l'énergie dU_e traversant une surface S pendant dt secondes :
   - En utilisant le vecteur de Poynting moyen
   - En utilisant la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique (on notera v_e la vitesse de propagation de l'énergie)
7) A quelle vitesse se propage l'énergie ?

Exercice : Equation de d'Alembert et solutions

$$\begin{cases} div\underline{\vec{E}} = 0 \rightarrow -j\vec{k}.\underline{\vec{E}} = 0 \leftrightarrow \vec{k} \perp \underline{\vec{E}} \\ div\underline{\vec{B}} = 0 \leftrightarrow \vec{k} \perp \underline{\vec{B}} \\ \overrightarrow{rot}\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} \\ \overrightarrow{rot}\underline{\vec{B}} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} \end{cases}$$

De plus $\Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

- Le champ $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$ se propage suivant les z croissants et est polarisé suivant $\overrightarrow{u_x}$. $\Delta\vec{E} = -k^2 E_0 \cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$ et $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0 \cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x}$
- On pose $u = t - \frac{x}{c}$ et $\Delta\vec{E} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\overrightarrow{u_z} = \frac{1}{c^2} f''(u)\overrightarrow{u_z}$ et $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = f''(u)\overrightarrow{u_z}$
- $\Delta\vec{E} = -k^2 E\overrightarrow{u_y}$ et $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 E\overrightarrow{u_y}$

Exercice 2 :

Cette solution impose $k = \frac{\omega}{c}$

D'après Maxwell Faraday : $\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{u} \wedge \underline{\vec{E}}}{c} = -\frac{E_0}{c} expj(\omega t - kx)\overrightarrow{u_z}$. Donc $B_0 = \frac{E_0}{c}$

Par définition : $\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$

Si on utilise la notation complexe : $<\vec{\pi}> = \frac{1}{2\mu_0} Re\left(\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}^*}\right) = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}\overrightarrow{e_z} = \frac{E_0{}^2}{2c\mu_0}\overrightarrow{e_z}$

Avec la notation réelle $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$ et se ramène à la valeur moyenne d'un cosinus carré : $<\vec{\pi}> = \frac{E_0{}^2}{2c\mu_0}\overrightarrow{e_x}$

$$dU_e = \frac{E_0{}^2}{2c\mu_0} Sdt = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 Scdt$$

$$dU_e = u_{em} S v_e dt = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 S v_e dt$$

Donc $v_e = c$