

Exercice 1 :

Soit un cylindre verticale plein et homogène d'axe Oz . Ce dernier tourne autour de son axe dans le sens direct grâce à deux moments suivants dont la projection suivant Oz est telle que :

- M_m , moment constant moteur.
- M_r , moment associé aux frottements fluides, avec $M_r = -\lambda\omega(t)$ avec $\omega(t)$ vitesse angulaire de rotation du solide de moment d'inertie J et tel que $\omega(0) = 0$.

A) Etude avec $M_m > 0$:

- 1) Donner l'équation différentielle vérifiée par $\omega(t)$
- 2) Résoudre l'équation différentielle précédente
- 3) Tracer $w(t)$ sur un graphe
- 4) Application numérique : La vitesse angulaire en régime établi est de 2π rad/s, le moment d'inertie est de 1kg.m^2 , le moment moteur $M_m = 10\text{N.m}$
 - a) Calculer λ
 - b) Exprimer puis calculer la constante de temps caractéristique du système
 - c) Exprimer la puissance mécanique est régime permanent.

B) Etude avec $M_m = 0$

A $t = 0$, on arrête le moment moteur alors que sa vitesse angulaire est de 2π rad/s.

- 1) Donner l'équation différentielle
- 2) Estimer le nombre de tours que le solide va faire avant de s'arrêter.

Exercice 2 :

On impose en deux points S_1 et S_2 , à la surface libre d'un récipient contenant de l'eau, de vibrer sans déphasage à la fréquence 50Hz. On note O le point milieu de $S_1S_2 = 2\text{cm}$. Soient 3 points M_1, M_2, M_3 , situés sur l'axe S_1S_2 tels que $OM_1 = 3\text{cm}$, $OM_2 = 0,5\text{cm}$ et $OM_3 = 1,5\text{cm}$. On donne la célérité de l'onde dans l'eau : 1m/s.

Discuter l'état vibratoire résultant en chacun des points M_1, M_2 et M_3 .

Exercice 1

Etude avec $M_m > 0$, avec le TMC

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda}{J}\omega = \frac{M_m}{J}$$

Avec : $\tau = \frac{J}{\lambda}$ et $\omega_\infty = \frac{M_m}{\lambda}$ et $\omega(t) = \omega_\infty \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$$\lambda = \frac{10}{2\pi} \text{ Nms}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{10} \text{ s}$$

$$P = M_m \omega_\infty = 2\pi \times 10 \text{ W}$$

Etude avec $M_m = 0$

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda}{J}\omega = 0$$

L'arrêt sera quasi complet pour 5τ



Exercice 2 :

La longueur d'onde de l'onde émise est de 2cm donc :

- $\Delta\phi(M_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(M_1) = \frac{2\pi}{2} 4$ donc vibrations en phase et amplitude maximale
- $\Delta\phi(M_2) = \frac{2\pi}{2} 1$ en opposition de phase donc vibration totale nulle
- $\Delta\phi(M_2) = \frac{3\pi}{2} 2$ en opposition de phase donc vibration totale nulle