



CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Electromagnétisme

Un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$  porte une charge avec une densité linéique uniforme  $\lambda$ .

- 1) Que vaut le champ électrique sur son axe ?
- 2) Que vaut le champ électrique au centre  $O$  ?
- 3) Déterminer le champ  $E$  en un point  $M$  du plan du cercle, au voisinage de  $O$  à une distance  $OM = a \ll R$ .



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Corrigé

On a :  $\vec{E}(O) = \vec{0}$  et  $\vec{E}_z(r, z) = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{e}_z$

Avec MG :  $\vec{E}(r, z) = \vec{E}_z(r, z) + \vec{E}_r(r, z) \approx \vec{E}_z(0, z) + \vec{E}_r(r, z)$

soit :  $\text{div} \vec{E} = 0 = \frac{1}{r} \frac{\partial r E_r}{\partial r} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial r E_r}{\partial r} + \frac{d E_z}{dz}$  soit  $E_r = -\frac{d E_z}{dz} \frac{r}{2}$  car  $\frac{\partial E_r}{\partial r} \approx \frac{E_r(r, z) - E_r(0, r)}{r} = \frac{E_r(r, z)}{r}$

Ou en imaginant une surface élémentaire cylindrique d'axe Oz et pour lequel, on ferait le même

bilan de flux :  $E_r = -\frac{d E_z}{dz} \frac{r}{2}$

$E_r(r, z) = -\frac{\lambda R r}{4\epsilon_0} \left( \frac{R^2 - 2z^2}{(z^2 + R^2)^{5/2}} \right)$  et donc  $E_r(r, 0) = -\frac{\lambda r}{4\epsilon_0 R^2}$