Exercice 1 : Réflexion sur un conducteur parfait.

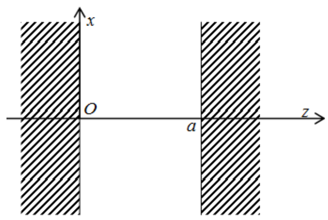
Le plan z = 0 sépare le vide (z <0) d'un conducteur métallique parfait (z>0).
L'onde électrique incidente, d'amplitude maximale E_0 est une OPPM de pulsation ω, se propage dans le vide dans le sens des z croissants et est polarisée rectilignement suivant $\overrightarrow{e_x}$.

1) Donner l'expression du champ électrique incident $\overrightarrow{E_\iota}$
2) Rappeler les propriétés d'un conducteur parfait.

On rappelle la continuité de la composante tangentielle du champ électrique à l'interface d'un plan éventuellement chargé.

3) Donner l'expression du champ électrique total $\vec{E}$ pour $z \leq 0$. Commenter.
4) Obtenir l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ associé.
5) En déduire l'expression du vecteur de Poynting ainsi que sa valeur moyenne.

On va étudier le micro-onde suivant sa largeur et l'assimiler à une cavité résonante à une dimension limitée par deux conducteurs parfaits distants de a. On suppose aussi qu'une source d'OEM est située en O^+. En ce point le champ électrique est $\vec{E}(z \approx 0, t) = E_0 \cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$.



6) Donner l'expression du champ électrique stationnaire s'établissant dans la structure.
7) Montrer, en utilisant la documentation technique ci-contre, que pour stimuler le mode de rang 5, il faut fixer une certaine largeur a au micro-onde.

Consommation d'énergie : 230 V~ 50 Hz, 1280 W
Sortie : 800 W
Grill : 1100 W
Fréquence de fonctionnement : 2450 MHz
Dimensions hors tout : 470 mm (Largeur) x 377 mm (Profondeur) x 282 mm (Hauteur)
Dimensions capacité four : ☐ mm (Largeur) x 330 mm (Profondeur) x 195 mm (Hauteur)
Poids net : Environ 16 Kg

CONCOURS COMMUN INP

Exercice 2 : Construction d'un thermomètre à dilatation

On souhaite construire un thermomètre à alcool dont la résolution est de 1°C avec 0,5cm entre deux graduations. On assimilera ce thermomètre à dilatation à un cylindre de longueur ℓ et de rayon R contenant 12g d'éthanol. Calculer R.

Document 1 : Notions sur les coefficients thermoélastiques

Système thermoélastique	**Système thermoélastique réel**
Propriétés	On décrit localement la phase au voisinage d'un état de référence V_0, P_0, T_0. On définit le coefficient de dilatation $\alpha_0 = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)(T_0; P_0)$ et le coefficient de compressibilité isotherme $\chi_{T_0} = -\frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)(T_0; P_0)$ autour de cet état de référence
Equation d'état $\boldsymbol{V(T,P)}$	$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right) dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right) dP$ La description locale permet d'écrire : $dV \approx V_0 \alpha_0 dT - V_0 \chi_{T_0} dP$ $V(T,P) - V_0 = V_0 \alpha_0 (T - T_0) - V_0 \chi_{T_0} (P - P_0)$

Document 2 : Données

- Densité de l'éthanol à 25°C : 0,789
- Coefficient de dilatation isobare : $\alpha = 1{,}1 \times 10^{-3} K^{-1}$
- Coefficient de compressibilité isotherme : $\chi_T = 5 \times 10^{-5} bar^{-1}$

CONCOURS COMMUN INP

Exercice 1 : Réflexion sur un conducteur parfait.

1) Donner l'expression du champ électrique incident $\vec{E_i} = E_0 \cos(\omega t - kz + \phi)\vec{e_x}$
2) Propriété inductive telles que le champ électrique induite annule le champ électrique incident : pas de champ électrique, donc pas de courant, donc pas de source de champ magnétique : tous les champs électromagnétiques sont nuls au sein du conducteur.
3) On obtient une onde stationnaire $\vec{E} = 2E_0 \sin(kz)\sin(\omega t + \phi)\vec{e_x}$
4) On obtient l'expression du champ magnétique à l'aide de l'équation de Mawxell-Faraday : $\overrightarrow{rot}\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 2E_{0,i}\,\mathrm{k}\cos(kz)\sin(\omega t)\,\vec{u_y} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ avec une constante d'intégration nulle en régime d'onde : $\vec{B} = \frac{2E_{0,i}}{c}\cos(kz)\cos(\omega t)\,\vec{u_y}$. Nous constatons que le champ magnétique est en quadrature spatio-temporelle avec le champ électrique — et donc n'est plus en phase avec ce champ comme dans le cas d'une O.M.P.P.
5) Avec les expressions précédentes des champs, on a :
$$\vec{\pi} = \frac{E_0^2}{c\mu_0} sin(2\omega t) \times \sin(2kz)\vec{u_z}$$
L'énergie ne se propage pas (elle est stationnaire également), elle reste confinée entre deux nœuds (électrique et ou magnétique).
Enfin $\langle\vec{\pi}\rangle = \vec{0}$: l'énergie des ondes incidentes et réfléchies conduisent à un vecteur de Poynting moyen nul.
6) Cherchons donc une solution du type $\vec{E}(z,t) = Asin(kz + \varphi)\cos(\omega t + \psi)\vec{u_x}$ vérifiant les conditions aux limites :
$$E(0^+, t) = Asin\varphi \cos(\omega t + \psi) = E_0 \cos(\omega t)$$
Soit ψ=0 et $A = \frac{E_0}{sin\varphi}$ et $E(a^-, t) = Asin(ka + \varphi)\cos(\omega t) = 0$ qui implique $\varphi = -ka$
soit une solution donnée par : $\vec{E}(z,t) = -\frac{E_0}{\sin(ka)}\sin\big(k(z-a)\big)\cos(\omega t)\,\vec{u_x}$. On a donc, avec ce modèle d'une réflexion totale, un champ divergent si $k_m a = m\pi$.
7) Stimuler les modes propres de vibration à l'aide d'un excitateur permet d'atteindre une résonance (comme en mécanique où stimuler la fréquence de résonance d'un oscillateur harmonique entraîne une résonance). On retrouve donc une quantification de la longueur d'onde associée à une onde stationnaire d'amplitude notable : $a = m\frac{\lambda}{2} = \frac{mc}{2f}$ pour $m = 5$ alors $a \approx 30cm$

Exercice 2 : Construction d'un thermomètre à dilatation (corrigé)

Le volume occupé par le fluide est :

$$V = Sl$$

La variation de ce volume est donnée par $dV = Sdl$.

Et, en négligeant l'effet de la pression (compte tenue du coefficient de compressibilité isotherme), on a :

$$dV \approx V_0 \alpha_0 dT$$

Donc :

$$Sdl = V_0 \alpha_0 dT$$

Et, pour des variations « faibles » par rapport à l'état initial :

$$S = V_0 \frac{\alpha_0 \Delta T}{\Delta l} = \frac{m}{\rho_0} \frac{\alpha_0 \Delta T}{\Delta l}$$

Donc :

$$R \approx 1{,}0 mm$$