

Exercice : Cours sur les lois de Laplace

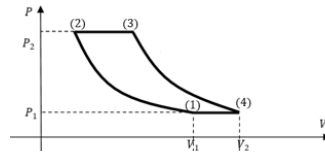
- 1) Rappeler les hypothèses permettant d'utiliser les lois de Laplace
- 2) On donne une des lois de Laplace $pV^\gamma = Cte$. Retrouver les deux autres.
- 3) Comparer, dans un diagramme de Clapeyron, une compression isotherme et une compression adiabatique mécaniquement réversible d'un gaz parfait.

Exercice : Application des lois de Laplace

On considère une compression adiabatique et mécaniquement réversible d'un gaz parfait initialement à une température de 300 K. Sa pression passe de 1 bar à 10 bar, calculer la température du gaz en fin de compression. On prendra le coefficient isentropique $\gamma = 1,5$ et $10^{1/3} \approx 2$

Exercice : Moteur et loi de Laplace

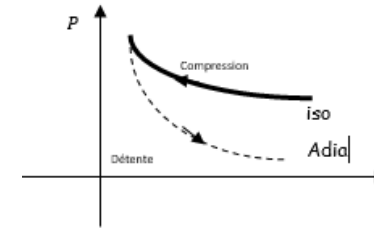
On considère le moteur dont l'agent thermique décrit le cycle ci-contre. Les transformations sont des isobares ou des adiabatiques mécaniquement réversibles



- 1) Identifier le sens de parcours du cycle. Justifier
- 2) Identifier la nature des 4 transformations dans ce cycle
- 3) Donner l'expression du transfert thermique Q_c au contact du thermostat chaud en fonction des températures T_2 et T_3 . Le système considéré est une mole de gaz parfait de coefficient isentropique γ .
- 4) Donner l'expression du transfert thermique Q_f au contact du thermostat froid en fonction des températures T_1 et T_4 . Le système considéré est une mole de gaz parfait de coefficient isentropique γ .
- 5) En déduire l'expression du rendement η en fonction des températures du cycle.
- 6) Montrer qu'il est possible d'exprimer ce rendement en fonction des pressions P_1 et P_2
- 7) AN si $\gamma = 1,5$ et $\frac{P_2}{P_1} = 10$ et on donne $10^{1/3} \approx 2$
- 8) Donner l'expression du rendement de Carnot η_c
- 9) On a $\eta < \eta_c$ pourquoi ?

Exercice : Cours sur les lois de Laplace

- 1) Relation applicable pour un gaz parfait subissant une transformation adiabatique et mécaniquement réversible
- 2) $TV^{\gamma-1} = Cte$ et $p^{1-\gamma}T^\gamma = Cte$
- 3) On a :



Exercice : Application des lois de Laplace

L'application de la loi de Laplace donne : $T_s = T_e \left(\frac{P_e}{P_s}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \approx 600K$

Exercice : Moteur et loi de Laplace

Les transformations sont des isobares ou des adiabatiques mécaniquement réversibles

- 1) Sens horaire pour que $W < 0$
- 2) 1-2 compression adiabatique, 2-3 chauffage isobare, 3-4 détente adiabatique ; 4-1 refroidissement isobare
- 3) $Q_c = \frac{R\gamma}{\gamma-1} (T_3 - T_2)$
- 4) $Q_f = \frac{R\gamma}{\gamma-1} (T_1 - T_4)$
- 5) $\eta = 1 + \frac{(T_3 - T_2)}{(T_1 - T_4)}$
- 6) $\eta = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$
- 7) $\eta = 0,5$
- 8) $\eta_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$
- 9) On a $\eta < \eta_c$ car les isobares sont irréversibles.

Exercice : le cours

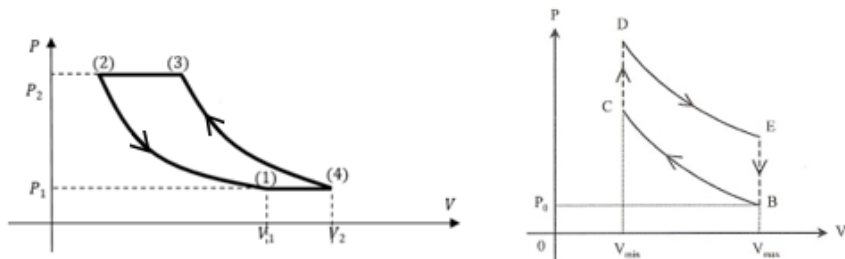
Remplir le tableau ci-dessous en démontrant toutes les relations :

	Isochore Monotherme	Isobare Monotherme	Isotherme	Adiabatique Mécaniquement réversible
Travail				
Energie interne				
Chaleur				
Entropie				
Entropie échangée				
Entropie créée				

Exercice : Machines non réversibles

Soient deux cycles mécaniquement réversibles et ditherme suivi par un gaz parfait pour lesquels les compressions et détentes sont adiabatiques :

- Justifier si ces cycles sont moteurs
- Repérer les transformations pour lesquels l'agent thermique est au contact de la source chaude



- Déterminer le rendement du cycle moteur en fonction des seules données présentées dans le diagramme $P(V)$

Exercice : le cours

	Isochore Monotherme	Isobare Monotherme	Isotherme	Adiabatique Mécaniquement réversible
Travail	$W = 0$	$W = -P\Delta V$	$W = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$	$W = \Delta U$
Energie interne	$\Delta U = C_V \Delta T$	$\Delta U = C_V \Delta T$	$\Delta U = 0$	$\Delta U = C_V \Delta T$
Chaleur	$Q = C_V \Delta T$	$Q = C_P \Delta T$	$Q = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$	$Q = 0$
Entropie	$\Delta S = C_V \ln \frac{T_f}{T_i}$	$\Delta S = C_P \ln \frac{T_f}{T_i}$	$\Delta S = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$	$\Delta S = 0$
Entropie échangée	$S_e = \frac{C_V \Delta T}{T_F}$	$S_e = \frac{C_P \Delta T}{T_F}$	$S_e = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$	$S_e = 0$
Entropie créée	$S_C = C_V \ln \frac{T_F}{T_i} - \frac{C_V \Delta T}{T_F} > 0$	$S_C = C_P \ln \frac{T_F}{T_i} - \frac{C_P \Delta T}{T_F} > 0$	$S_C = 0$	$S_C = 0$

Exercice : Machines non réversibles

- Le cycle de gauche est récepteur car $W > 0$ et le cycle de droite est moteur car $W < 0$
- Pour le cycle de gauche, le contact avec la source chaude se fait en (2)-(3) et pour le cycle de droite en CD

$$\text{A droite : } r = -\frac{W_{DE}}{Q_{CD}} = \frac{Q_{CD} + Q_{EB}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{EB}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C} = 1 - \left(\frac{V_{\min}}{V_{\max}}\right)^{\gamma-1}$$

Cours : Moteur de Carnot, 1^e pp, 2nd pp,

Un système de n moles de gaz parfait décrit le cycle ABCD, dit cycle ditherme de Carnot, composé par la suite de transformations réversibles. Le cycle est supposé moteur et au contact de deux thermostats.

- 1) Tracer le cycle dans le diagramme de Clapeyron
- 2) Appliquer le 1^e et le 2nd principe et en déduire le rendement de ce moteur.

On appellera T_f et T_c la température des deux thermostats.

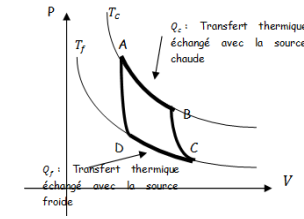
Exercice : cours sur la machine frigorifique ditherme

Un congélateur est placé dans une pièce à la température de $t_c = 27^\circ\text{C}$ (supposée constante). Pour maintenir l'intérieur de ce congélateur à la température constante de $t_f = -23^\circ\text{C}$, il est nécessaire d'en extraire, par transfert thermique, $\dot{Q}_F = 250$ kJ par heure. Cette opération est supposée être réversible, cyclique et ditherme.

- 1) Calculer le transfert thermique fourni à la pièce en une heure par l'agent thermique
- 2) Calculer la puissance en Watt apportée au frigo.
- 3) Définir puis calculer l'efficacité de cette machine frigorifique

Cours : Cycle de Carnot, 1^e pp, 2nd pp,

Au contact avec les thermostats, une transformation isotherme mécaniquement réversible assurera la réversibilité. Le passage entre les deux isothermes ne peut se faire de manière réversible que par une transformation adiabatique et mécaniquement réversible : on obtient le cycle de Carnot.



En utilisant les deux principes de la thermodynamique sur un cycle (ou un nombre entier de cycles) : $W + Q_c + Q_f = 0$ soit $r = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$

Et, d'après l'inégalité de Clausius : $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0$ soit : $r \leq 1 - \frac{T_f}{T_c}$

Exercice : cours sur la machine frigorifique ditherme

- 1) Le second principe donne : $\frac{\dot{Q}_c}{T_c} + \frac{\dot{Q}_F}{T_F} = 0$ Donc $\dot{Q}_c = -\frac{T_c}{T_F} \dot{Q}_F = -300 \text{ kJ/heure}$
- 2) D'après le 1^e principe : $\dot{W} = -\dot{Q}_c - \dot{Q}_F = 50 \text{ kJ/h}$ soit $P \approx 15 \text{ W}$
- 3) $e = \frac{\dot{Q}_f}{P} = \frac{250}{15 \times 3,6} \approx \frac{100}{15} \approx 6$

Exercice 1 : Moteur avec deux pseudo-sources

Un moteur cyclique fonctionne de manière réversible entre deux sources de chaleur non thermostatées et assimilées à des phases condensées idéales de même capacité thermique C :

- Une pseudo-source chaude de température $T_C(t)$
- Une pseudo source froide de température $T_F(t)$

Les températures initiales des pseudo-sources chaude et froide sont respectivement T_{c0} et T_{F0} . L'agent thermique échange les transferts δQ_C et δQ_F respectivement avec les pseudo-sources chaudes et froides.

- 1) Exprimer les transferts thermiques élémentaires δQ_C et δQ_F .
- 2) En utilisant le deuxième principe sur un nombre entier de cycles, établir une relation entre $T_F(t), T_C(t), T_{c0}$ et T_{F0} .
- 3) En déduire la température finale T_f des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner.
- 4) Calculer le travail fourni par le moteur sur toute sa durée de fonctionnement.
- 5) Montrer que le rendement $\eta = 1 - \frac{\sqrt{T_{F0}}}{\sqrt{T_{c0}}}$. Le comparer avec le rendement η_C qu'on aurait obtenu en maintenant les températures des sources à leur valeur initiale : $T_{c0} = 400K$ et $T_{F0} = 300K$

Exercice 1 : Moteur avec deux pseudo-sources

- 1) $\delta Q_C = -CdT_C$ et $\delta Q_F = -CdT_F$.
- 2) La réversibilité conduit à poser : $dS = -C \left(\frac{dT_F}{T_F(t)} + \frac{dT_C}{T_C(t)} \right)$. Ainsi pour un nombre entier de cycle : $d \ln(T_C(t)T_F(t)) = 0$. Donc $\frac{T_C(t)}{T_{c0}} \frac{T_F(t)}{T_{F0}} = 1$
- 3) A l'état final, les températures des deux sources sont les mêmes : $T_f = \sqrt{T_{c0}T_{F0}}$
- 4) D'après le 1^{er} principe : $W = -Q = \int_{T_{c0}}^{T_f} C dT + \int_{T_{F0}}^{T_f} C dT = C(2\sqrt{T_{c0}T_{F0}} - T_{c0} - T_{F0}) = -C(\sqrt{T_{c0}} - \sqrt{T_{F0}})^2$
- 5) Le rendement est donné par : $\eta = \frac{-W}{Q_C} = 1 - \frac{\sqrt{T_{F0}}}{\sqrt{T_{c0}}}$

Le rendement de Carnot aurait été de 25% si les températures avaient été stables alors qu'ici il est de 13%.

Exercice : Loi de Laplace-1^e principe

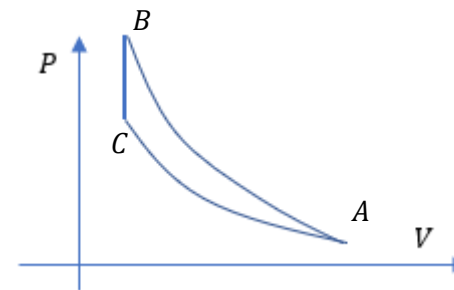
- 1) Représenter dans un diagramme de Clapeyron l'allure d'une compression adiabatique mécanique réversible d'une mole de gaz parfait. On note A l'état initial et B l'état final.
- 2) Montrer graphiquement qu'il est possible d'atteindre, à partir du même état initial A, le même état final B avec une transformation isotherme et un chauffage isochore. On note C l'état intermédiaire.
- 3) Remplir le tableau ci-dessous (on note C_{vm} la capacité thermique molaire).
On note $T_A, V_A, T_B, V_B, T_C, V_C$ les températures et volumes en A, B et C

	Chemin AB	Chemin ACB
Transfert thermique		
Travail		
Energie interne		

Exercice : Identité thermodynamique :

- 1) Enoncer les identités thermodynamiques.
- 2) Exprimer la variation de l'entropie ΔS d'un gaz parfait et d'une phase condensée idéale.
- 3) Montrer que, dans un diagramme enthalpique $p(h)$, les courbes isentropiques sont des fonctions croissantes dans chaque phase.

Exercice : Loi de Laplace-1^e principe



Remplir le tableau ci-dessous

	Chemin AB	Chemin ACB
Transfert thermique	$Q = 0$	$Q = C_{v,m}(T_B - T_A) + RT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$
Travail	$W = C_{v,m}(T_B - T_A)$	$W = -RT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$
Energie interne	$\Delta U = C_{v,m}(T_B - T_A)$	$\Delta U = C_{v,m}(T_B - T_A)$

Exercice : Identité thermodynamique :

- 1) $dU = TdS - pdV$ et $dH = TdS + Vdp$
- 2) $dS = \frac{C_V dT}{T} + \frac{nR dV}{V}$ et $dS = \frac{C_P dT}{T} - \frac{nR dP}{P}$
 Pour un gaz parfait : $\Delta S = C_V \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$ et $\Delta S = C_P \ln \frac{T_f}{T_i} - nR \ln \frac{P_f}{P_i}$
 Pour une phase condensée idéale : $dS = \frac{dH}{T} = \frac{dU}{T} = \frac{cdT}{T}$ soit $\Delta S = C \ln \frac{T_f}{T_i}$
- 3) Si isentropique $dh = vdP$ soit $\left(\frac{\partial P}{\partial h}\right)_S = \frac{1}{v}$

Exercice : Tritherme

Le principe d'une machine tritherme consiste à remplacer le travail par un transfert thermique au contact d'une source chaude. Par exemple, le travail du compresseur d'un frigo est remplacé par le transfert thermique mis en jeu par la combustion d'un hydrocarbure



- 1) Définir le COP d'un tel frigo
- 2) Appliquer le second et le premier principe en supposant la machine cyclique, tritherme et réversible et en déduire que :

$$COP_{max} = -\frac{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3}\right)}$$

- 3) Commenter la situation où $T_1 \gg T_2 \gg T_3$

- 1) Le COP est le coefficient de performance, il traduit l'efficacité de la machine à refroidir la source froide à partir du transfert couteux Q_3 :

The schematic shows a cycle with two heat reservoirs. Heat Q_1 is added to the system from a reservoir at temperature T_1 , and heat $-Q_2$ is rejected to a reservoir at temperature T_2 . The coefficient of performance is given by $COP = \frac{Q_3}{Q_1}$.

- 2) L'écriture des deux principes donnent :

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \\ \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = -S_c \end{cases}$$

$$COP = -\frac{Q_3}{Q_2 + Q_3} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_2}{Q_3}}$$

$$\text{Et : } \frac{-(Q_2 + Q_3)}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = -S_c$$

$$\text{Soit : } Q_2 \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) + Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) = -S_c \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_3} = -\frac{S_c}{Q_3} - \frac{\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}, \text{ posons } \left(\frac{Q_2}{Q_3} \right)_{max} =$$

$$-\frac{\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)} < 0$$

$$\frac{Q_2}{Q_3} = -\frac{S_c}{Q_3} + \left(\frac{Q_2}{Q_3} \right)_{max} < \left(\frac{Q_2}{Q_3} \right)_{max} < 0$$

$$COP_{max} = \frac{1}{\left| \left(\frac{Q_2}{Q_3} \right)_{max} \right| - 1}$$

$$\text{Donc : } COP \leq COP_{max} \text{ Avec : } COP_{max} = -\frac{1}{\frac{\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)} - 1} = -\frac{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} \right)}$$

- 3) Si $T_1 \gg T_2 \gg T_3$: $COP_{max} \approx -\frac{\left(\frac{1}{T_2} \right)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} \right)} \approx \frac{T_3}{T_2 - T_3}$: on retrouve le COP d'un frigo, le système de chauffage jouant l'équivalent d'un travail

Exercice : machine non ditherme

- 1) Démontrer le rendement maximal d'un moteur ditherme, cyclique et réversible. On note T_1 la température du thermostat chaud et T_2 la température du thermostat froid.
- 2) On considère maintenant que la source froide est un thermostat à la température T_2 mais que la source chaude est une phase condensée de masse m , de capacité thermique massique c dont la température initiale est T_1 . La machine reste cyclique et réversible.
 - a) Quelle sera la température finale de la source chaude provoquant l'arrêt du moteur ?
 - b) Appliquer le 1^e et 2nd principe et en déduire l'expression de Q_2
 - c) Quelle est l'expression de Q_1 ?
 - d) Quelle est l'expression du rendement ?

Exercice : compression rapide

Un gaz parfait est comprimé rapidement de 2,0 L à 1,0 L sous l'action d'une pression extérieure constante $P_{\text{ext}} = 4,0$ bar ; la température initiale est 300 K. On suppose que l'état final est à 300 K (l'échauffement transitoire a été évacué vers un thermostat), donc $\Delta U = 0$.

- 1) Évaluer le travail W (signe convention système). 2) En déduire la chaleur Q échangée.

Exercice : machine non ditherme

- 1) $r = 1 - \frac{T_2}{T_1}$
- 2) $\int_{T_1}^{T_2} -\frac{mcdT_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$
 $\text{Donc } Q_2 = T_2 m c \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$
 $Q_1 = -mc(T_2 - T_1)$

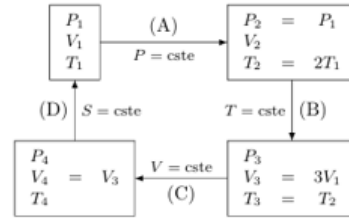
$$r = -\frac{W}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{T_2 \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{(T_2 - T_1)}$$

Exercice : compression rapide

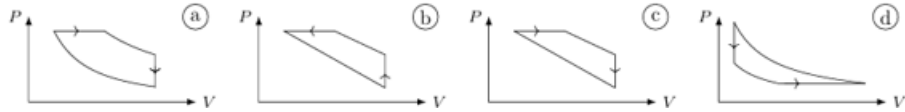
- 1) $W = -P_{\text{ext}} \Delta V = - +400$ J (travail reçu par le système).
- 2) $\Delta U = Q + W_{\text{système}} \Rightarrow Q = -W_{\text{système}} = -400$ J (chaleur cédée au thermostat).

Exercice 1 : Identification de transformations

On considère n moles de GP soumis au cycle suivante.



- 1) Qualifier chacune des transformations
- 2) Exprimer V_2 en fonction de V_1
- 3) Que dire du produit PV pour la transformation B ?
- 4) Quel diagramme $P(V)$ est associé à ce cycle ?



- 5) Ce cycle est-il moteur ou récepteur

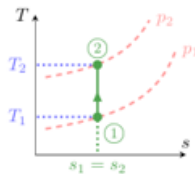
Exercice 2 : Pente dans un diagramme $P(V)$

Soit une transformation dans un diagramme $P(V)$ d'un GP. Quelle est la pente de cette courbe dans les cas suivants :

- Isobare
- Isochore
- Isotherme
- Adiabatique mécaniquement réversible

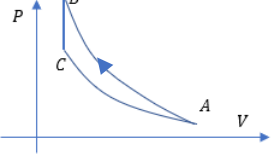
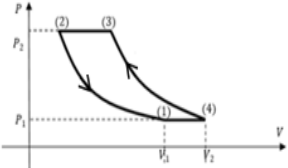
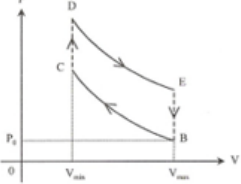
Exercice 3 :

- 1) Rappeler l'identité thermodynamique vérifiée par h
- 2) Donner l'expression de $T(s)$ lors d'une transformation isobare d'un GP en posant $T(s_0) = T_0$
- 3) Soient deux isobares dans un diagramme $T(s)$. Qualifier la transformation 1-2.

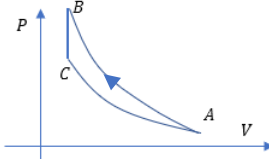
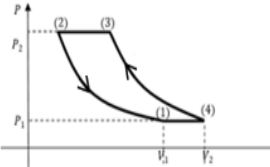
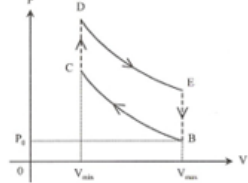


Exercice : Cycle non réversible

On donne trois cycles suivis par un n moles de gaz parfait de coefficient isentropique γ . On note R la constante des gaz parfait et on néglige tout frottement :

 Cycle avec une transformation adiabatique mécaniquement réversible et d'une isotherme	 Cycle avec deux transformations adiabatiques et mécaniquement réversibles	 Cycle avec deux transformations adiabatiques et mécaniquement réversibles
--	--	---

- 1) Prévoir qualitativement si ces cycles sont réversibles
- 2) Calculer l'entropie créée au cours d'un cycle pour chaque cycle
- 3) Dessiner le cycle de Carnot et montrer qu'il est réversible

 Cycle avec une transformation adiabatique mécaniquement réversible et d'une isotherme	 Cycle avec deux transformations adiabatiques et mécaniquement réversibles	 Cycle avec deux transformations adiabatiques et mécaniquement réversibles
$\begin{cases} \Delta S_{AB} = 0 \\ S_{e,AB} = 0 \\ S_{c,AB} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \Delta S_{BC} = C_V \ln \left(\frac{T_C}{T_B} \right) \\ S_{e,BC} = \frac{C_V(T_C - T_B)}{T_C} \\ S_{c,BC} = \Delta S_{BC} - S_{e,BC} \end{cases}$ $\begin{cases} \Delta S_{CA} = nR \ln \left(\frac{V_A}{V_C} \right) \\ S_{e,CA} = nR \ln \left(\frac{V_A}{V_C} \right) \\ S_{c,CA} = 0 \end{cases}$	Irréversibilité sur les 2 isobares $S_c = C_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) - \frac{C_p(T_3 - T_2)}{T_3} + C_p \ln \left(\frac{T_1}{T_4} \right) - \frac{C_p(T_1 - T_4)}{T_4}$	Irréversibilité sur les 2 isochore $S_c = C_v \ln \left(\frac{T_D}{T_C} \right) - \frac{C_v(T_D - T_C)}{T_D} + C_v \ln \left(\frac{T_B}{T_E} \right) - \frac{C_v(T_B - T_E)}{T_B}$