CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Thermodynamique

De l'eau chaude circule avec un débit massique D dans un tuyau cylindrique d'axe Oz (repérage cylindrique), de rayon interne R_1 et de rayon externe R_2. Un transfert thermique radial de conduction thermique et à symétrie axiale s'établit de manière stationnaire. Le champ des températures est $T(z)$ dans l'eau (capacité thermique c) et la température extérieure T_{ext} est constante et uniforme.

1. Enoncer la Loi de Fourrier
2. Donner un ordre de grandeur de la conductivité d'un matériau isolant, conducteur.
3. Le tuyau est une phase condensée idéale de conductivité λ. Exprimer la résistance thermique linéique du tuyau.
4. Avec le 1^{er} principe des systèmes ouverts, trouver l'expression de $T(z)$ si $T(0) = T_0$.
5. Donner l'expression de la distance pour laquelle l'eau ne diffère que de 1% avec la température extérieure

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Corrigé

1. $\vec{j} = -\overrightarrow{grad}T$
2. $\lambda_{air} \approx 0{,}01 W.K^{-1}.m^{-1}$ (dans les conditions usuelles) et $\lambda_{métal} \approx 100 W.K^{-1}.m^{-1}$
3. Pour ce régime stationnaire et en local : $\delta P_{th} = j \times 2\pi r dz = -2\pi r\lambda \frac{dT}{dr} dz$. Donc $R_{th,l} = \frac{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi r\lambda}$
4. On peut utiliser le 1e principe des systèmes ouverts sur un tronçon élémentaire dz entre deux instants : $Dc\frac{dT}{dz}dz = \delta P_{th} = -\frac{T(z)-T_{ext}}{R_{th}}dz$ donc on obtient l'équation différentielle :
$$\frac{dT}{dz} + \frac{T}{DcR_{th}} = \frac{T_{ext}}{DcR_{th}}$$
$$Donc : T(z) = T_{ext} + (T_0 - T_{ext})e^{-\frac{z}{\delta}}$$
5. Donc $T(d) = 0{,}99T_{ext} = T_{ext} + (T_0 - T_{ext})e^{-\frac{d}{\delta}}$

   Soit : $d = -\delta \ln\left(\frac{0{,}01T_{ext}}{T_{ext}-T_0}\right)$