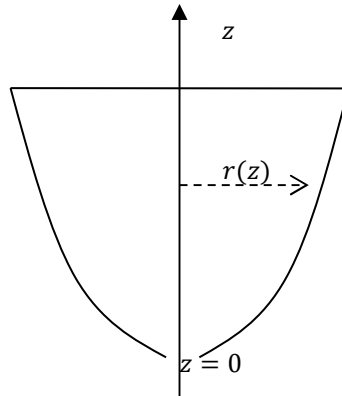




CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Mécanique des fluides

On considère le vidange d'un récipient à symétrie axiale par un petit trou situé au fond de ce dernier et sur l'axe  $z$  :



Le récipient contient de l'eau et son rayon  $r$  vérifie la loi simplifiée  $r(z) = r_0 \left(\frac{z}{z_0}\right)^n$  où  $n, r_0$  et  $z_0$  sont des constantes. On affectera une section, notée  $s_0$ , à la côte  $z = 0$ .

Déterminer la valeur de  $n$  permettant d'avoir une hauteur  $z(t)$  de liquide dans le récipient évoluant linéairement avec le temps.



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Corrigé

Supposons l'écoulement parfait de l'eau, fluide incompressible. Entre deux instants très proches, on peut étudier un système fermé et obtenir le résultat approché du régime stationnaire de la vitesse de sortie :

$$v_s = \sqrt{2gz(t)}$$

Le fluide incompressible permet d'écrire :

$$v(z) = \frac{v_s s_0}{s(z)} = \frac{s_0 \sqrt{2gz(t)}}{\pi r_0^2 \left(\frac{z}{z_0}\right)^{2n}} = - \frac{dz}{dt}$$

Soit :

$$z^{\frac{1}{2}-2n} dz = K dt$$

Donc il faut  $\frac{1}{2} - 2n = 0$  soit  $n = \frac{1}{4}$