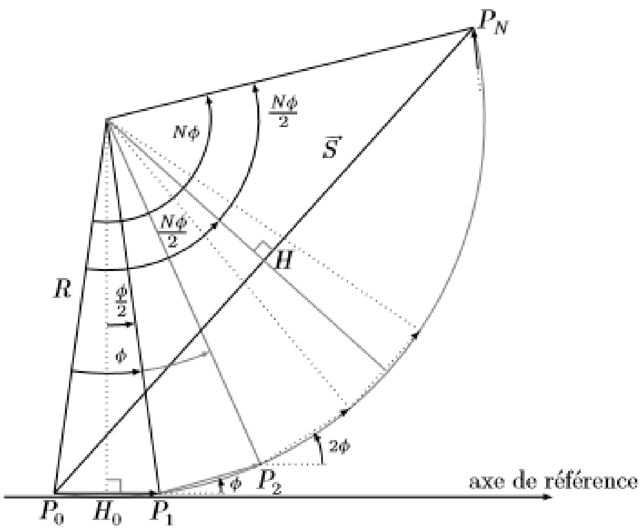
CONCOURS COMMUN INP

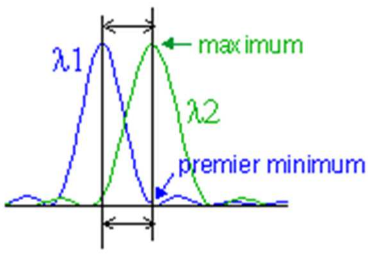
Exercice 1 : Optique des réseau

On éclaire en incidence normale un réseau dont les fentes sont distantes de $a = 10\mu m$ par une onde plane, progressive, monochromatique. Le pinceau de lumière éclaire une largeur $L = 1cm$ du réseau et on observe la figure de diffraction à l'infini dans la direction θ.

1) Faire schéma et exprimer le déphasage entre deus rayons successifs
2) En utilisant la représentation vectorielle de Fresnel de l'amplitude complexe de chaque vibration lumineuse diffractée par chaque fente, exprimer :
   - Les positions angulaires pour lesquelles on observe des maximas.
   - La largeur angulaire de chacun de ces maximas
   - L'éclairement sous la forme $\varepsilon(M) = \varepsilon_{max}\left(\frac{\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}\right)^2$ avec $\varepsilon_{max} = N^2\varepsilon_0$ où ε_0 est l'éclairement d'une fente source seule et N le nombre de fentes éclairées



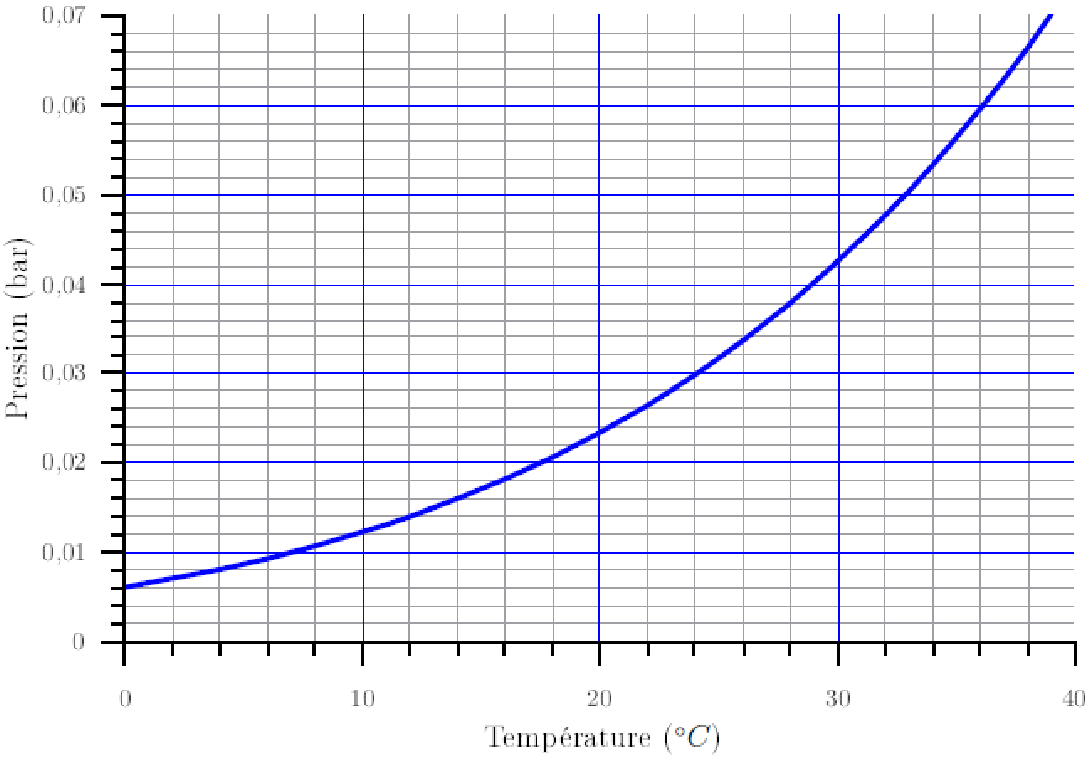
3) On peut séparer deux raies en utilisant le critère de Rayleigh dont on a représenté le principe ci-dessous. Prévoir quel sera le plus petit écart $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ entre deux longueurs d'onde discernables à l'ordre 1 si $\lambda_1 = 500nm$:



Exercice 2 : Changement d'état (d'après un travail du GRIESP)

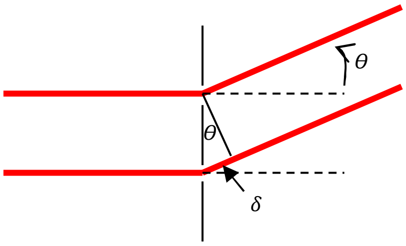
Un utilisateur place un verre d'eau dans un réfrigérateur. Il constate au bout de quelques jours que le niveau de l'eau dans le verre a baissé. Dans le cadre d'une utilisation normale du réfrigérateur, au bout de combien de temps le verre sera-t-il vide ?

Pression de vapeur saturante pour l'eau



Corrigé

En incidence normale, la différence de marche entre deux rayons observés dans la direction θ est $\delta = a sin\theta$:



Une vibration lumineuse peut être décrite en notation complexe par : $\underline{s}(M,t) = Se^{j(\omega t - k(OM)+\phi)} = \underline{s}(M)e^{j(wt+\phi)}$. On étudie ici des vibrations cohérentes entre elles (même pulsation et même phase à l'origine), donc l'éclairement est donné par l'amplitude complexe totale.

$$\varepsilon(M) = 2K < s_{tot}{}^2(M,t) >= K < Re\left(\underline{s}_{tot}(M,t) \times \underline{s}_{tot}{}^*(M,t)\right) >= K\left(\underline{s}_{tot}(M) \times \underline{s}_{tot}{}^*(M)\right) = K\left|\underline{s}_{tot}(M)\right|^2$$

$\underline{s}_{tot}(M)$ peut s'écrire sous la forme d'une somme :

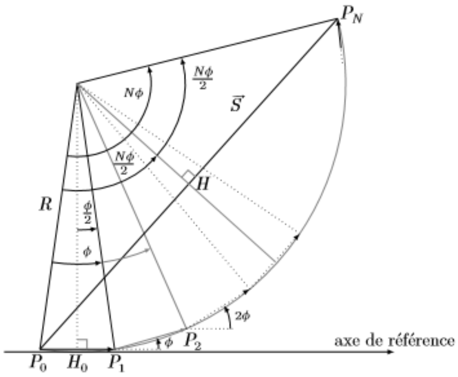
$$\underline{s}_{tot}(M) = Se^{jk(O_1M)}\left(1 + e^{-jk\delta} + e^{-2jk\delta} + \cdots + e^{-Njk\delta}\right)$$

A noter que cette relation permet d'obtenir l'éclairement en remarquant que :

$$\underline{s}_{tot}(M) = \frac{Se^{jk(O_1M)}\left(1 + e^{-Njk\delta}\right)}{\left(1 + e^{-jk\delta}\right)} = \frac{Se^{jk(O_1M)}e^{-\frac{Njk\delta}{2}}\left(e^{\frac{Njk\delta}{2}} + e^{-\frac{Njk\delta}{2}}\right)}{e^{-\frac{jk\delta}{2}}\left(e^{\frac{jk\delta}{2}} + e^{-\frac{jk\delta}{2}}\right)} = \frac{Se^{jk(O_1M)}e^{-\frac{Njk\delta}{2}}}{e^{-\frac{jk\delta}{2}}}\frac{\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_{max}\left(\frac{\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}\right)^2$$

En travaillant dans une base polaire pour laquelle $Se^{jk(O_1M)}$ constitue une référence, on comprend alors qu'en appréciant la longueur du vecteur associé à $\underline{s}_{tot}(M)$ on aboutisse à l'éclairement associé.



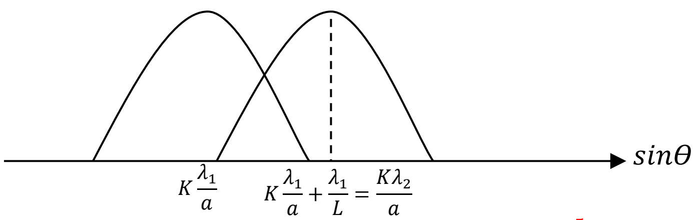
- dans le cas $\phi = 2\pi$: $|\underline{s}_{tot}(M)| = NS$ et donc $\varepsilon(M) = KN^2S^2 = N^2\varepsilon_0$ soit $sin\theta_{max} = \frac{\lambda}{a}$
- dans le cas $\phi = \pi$: $|\underline{s}_{tot}(M)| = 0$
- le premier minima est obtenu pour $N\phi = 2\pi$ soit $\phi = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{L}a = \frac{2\pi}{\lambda}asin\theta_{min}$ donc $sin\theta_{min} = \frac{\lambda}{L}$ la largeur angulaire d'une frange brillante est donc de l'ordre de $\frac{2\lambda}{L}$
- Cas général : $\left|\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)\right| = \frac{|\underline{s}_{tot}(M)|}{2R}$ donc $|\underline{s}_{tot}(M)| = 2R\left|\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)\right| = \frac{S\left|\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)\right|}{\left|\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\right|}$Donc l'éclairement est bien donné par : $\varepsilon(M) = \varepsilon_{max}\left(\frac{\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}\right)^2$ avec $\varepsilon_{max} = N^2\varepsilon_0$ où ε_0 serait l'éclairement d'une fente source seule

On peut apprécier la sélectivité du réseau avec la simulation suivante :

http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optiphy/interf2.html

Le vecteur total est donné par : $\begin{pmatrix} S(1+cos(\phi)+cos(2\phi)+\dots+\cos(N\phi)) \\ S(sin(\phi)+\sin(2\phi)+\dots+\sin(N\phi)) \end{pmatrix}$ pour un nombre N important les sinus et cosinus vont donc « aléatoirement » renvoyer à des valeurs positives et négatives…donc en définitif la contribution $\begin{pmatrix} S \\ 0 \end{pmatrix}$…et donc une amplitude N^2 fois moins importantes

On peut distinguer deux maximas dans le cas suivant :



$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_1}{kN} = \frac{\lambda_1 a}{kL} = 500 \times \frac{10^{-5}}{10^{-2}} = 0{,}5nm$$

<u>Exercice 2 : Changement d'état</u>

- Pression d'équilibre à 4°C : $P_{sat} \approx 0{,}008bar$

CONCOURS COMMUN INP

- Quantité de matière (en eau) associée : $n_{sat} = \frac{P_{sat}V}{RT}$ avec $V \approx 0{,}25m^3$
- Nombre de moles d'eau dans un verre : $n_{tot} = \frac{m}{M}$ et $m \approx 0{,}2kg$
- Supposons que l'on ouvre N=10 fois le frigo dans la journée alors, si on suppose que la moitié du gaz d'eau s'échappe alors le verre sera vidé en :

$$Nbre\ jours = 2\frac{\frac{m}{M}}{N \times \frac{P_{sat}V}{RT}} \approx 26 jours$$